Domácí úkol z 27. září 2018
(odevzdává se 4. října 2018)

Nechť obor integrity R má teorii divizorů $\delta : R^* \to \mathcal{D}$. Pro libovolný divizor $a \in \mathcal{D}$ označme $\overline{a} = \{\alpha \in R;\ a \mid \alpha\}$, kde jako obvykle $a \mid \alpha$ znamená že buď $\alpha = 0$ anebo $\alpha \neq 0$ a současně divizor a dělí hlavní divizor $\delta(\alpha)$ v pologrupě divizorů $\mathcal{D}$.

1. Dokažte, že pro každý divizor $a \in \mathcal{D}$ je množina $\overline{a}$ nenulový ideál okruhu R.

2. Dokažte, že jestliže pro každý nenulový ideál A okruhu R existuje vhodný divizor $a \in \mathcal{D}$ tak, že $A = \overline{a}$, pak je R Dedekindův okruh.

Poznámka. Užijte definici Dedekindova okruhu ze semináře, tj. obor integrity nazýváme Dedekindův, má-li teorii divizorů takovou, že pro každý prvodivizor $\mathfrak{p}$ *je faktorokruh* $R/\overline{\mathfrak{p}}$ *těleso. Může být pro Vás užitečné si vzpomenout, že každý divizor je největším společným dělitelem vhodných dvou hlavních divizorů.*

Návod pro část 2: pro libovolný prvodivizor $\mathfrak{p}$ *a prvek* $\alpha \in R$ *takový, že* $\mathfrak{p} \nmid \alpha$*, se zamyslete nad tím, jaký divizor odpovídá nenulovému ideálu* $\overline{\mathfrak{p}} + \overline{\delta(\alpha)}$ *a co z toho plyne.*