

MA750 Teorie pravděpodobnosti - témata ke zkoušce

Pravděpodobnostní prostor: definice, vlastnosti; základní prostor, algebra, semilgebra, sigma-algebra, pravděpodobnost a jejich vlastnosti. Příklady pravděpodobnostních prostorů, příklad s pravděpodobnostním prostorem na $[0; 1]$.

Věta o rozšíření: tvrzení věty, myšlenka konstrukce sigma-algebry a pravděpodobnosti, jejich vlastnosti.

Konstrukce pravděpodobnostního prostoru na $[0; 1]$, příklad s nekonečným házením mincí.

Pravděpodobnost, míra a vnější míra: definice, vlastnosti, vzájemné vztahy, výpočty na příkladech.

Náhodné veličiny: definice, příklady, vlastnosti, operace s náhodnými veličinami, nezávislost náhodných veličin.

Spojitosť pravděpodobnosti: definice, věta o spojitosti. Příklady.

Limitní jevy \liminf a \limsup : definice, Borelovo-Cantelliho lemma, výpočty v příkladech.

Střední hodnota: definice ve třech krocích, vlastnosti střední hodnoty, momenty. Jednoduchá náhodná veličina, konstrukce aproximující posloupnosti jednoduchých náhodných veličin, konstrukce pro obecnou náhodnou veličinu. Výpočty na příkladech.

Integrál podle míry: vztah ke střední hodnotě, výpočty na příkladech.

Čtyři nerovnosti: tvrzení a důkazy, využití při výpočtech.

Konvergence náhodných veličin bodová, skoro jistě, podle pravděpodobnosti, L^p : definice, vzájemné vztahy. Ověření různých typů konvergenčí na příkladech/protipříkladech.

Zákony velkých čísel, i.d. a i.i.d. náhodné veličiny.

Rozdělení pravděpodobnosti: definice rozdělení a vlastnosti, distribuční funkce a vlastnosti, Věta Change of variable a její využití pro výpočty, hustota pravděpodobnosti.

Příklady rozdělení pravděpodobnosti, výpočty pravděpodobnosti a středních hodnot.

Lebesgueova-Stieltjesova míra, Lebesgueův-Stieltjesův integrál: definice, vztah s distribuční funkcí a Lebesgueovou mírou.

Momentová vytvořující funkce: definice, vlastnosti, výpočty momentů. Záměna derivace a integrálu.

Slabá konvergence, konvergence v distribuci: definice, vlastnosti, vztahy s ostatními typy konvergenčí.

Charakteristická funkce, Centrální limitní věta.

Absolutně spojitá míra, Radonova-Nikodymova věta, Radonova-Nikodymova derivace, Lebesgueova dekompozice.

Podmíněná pravděpodobnost a podmíněná střední hodnota: definice, konstrukce, vlastnosti, podmiňování sub-sigma-algebrou, podmíněný rozptyl.

Martingal (submartingal, supermartingal), filtrace, adaptovaný náhodný proces: definice, vlastnosti.