

Cvičení 13: Jednoduchá korelační analýza

Úkol 1.: Testování nezávislosti ordinálních veličin

12 různých softwarových firem nabízí speciální programové vybavení pro vedení účetnictví. Jednotlivé programy byly posouzeny odbornou komisí složenou z počítačových odborníků a komisí složenou z profesionálních účetních. Úkolem bylo doporučit vhodný program na základě stanovení pořadí jednotlivých programů. Výsledky posouzení:

Produkt firmy číslo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Pořadí dle odborníků	6	7	1	8	4	2,5	9	12	10	2,5	5	11
Pořadí dle účetních	4	5	2	10	6	1	7	11	8	3	12	9

Vypočtete Spearmanův koeficient pořadové korelace a na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že hodnocení obou komisí jsou nezávislá.

Výpočet pomocí systému STATISTICA

Otevřeme datový soubor vedeni_ucetnictvi.sta o dvou proměnných X (hodnocení 1. komise), Y (hodnocení 2. komise) a 12 případech.

Statistiky – Neparametrické statistiky – Korelace – OK – vybereme Vytvořit detailní report - Proměnné X, Y – OK – Spearmanův koef. R. Dostaneme tabulku

		Spearmanovy korelace (Tabulka1)			
		ChD vynechány párově			
		Označ. korelace jsou významné na hl. p <,05000			
Dvojice proměnných		Počet plat.	Spearman R	t(N-2)	Úroveň p
X & Y		12	0,714537	3,229806	0,009024

Spearmanův koeficient pořadové korelace nabývá hodnoty 0,7145, testová statistika se realizuje hodnotou 3,2298, odpovídající p-hodnota je 0,009024, tedy na asymptotické hladině významnosti 0,05 zamítáme hypotézu o pořadové nezávislosti hodnocení dvou komisí ve prospěch oboustranné alternativy.

Upozornění: Systém STATISTICA používá při testování hypotézy o pořadové nezávislosti veličin X, Y asymptotickou variantu testu bez ohledu na rozsah náhodného výběru. Pokud rozsah výběru nepřesáhne 20, měli bychom systém STATISTICA použít jen k výpočtu r_s a testování bychom měli provést pomocí tabelované kritické hodnoty. V našem případě pro $n = 12$ a $\alpha = 0,05$ je kritická hodnota 0,5804. Vidíme, že nulovou hypotézu zamítáme na hladině významnosti 0,05, protože $0,7145 \geq 0,5804$.

Úkol 2.: Testování nezávislosti intervalových a poměrových veličin

Zjišťoval se obsah chromitých iontů v řece (veličina Y, v ppm) v závislosti na vzdálenosti od koželužny (veličina X, v km). Byly získány tyto výsledky:

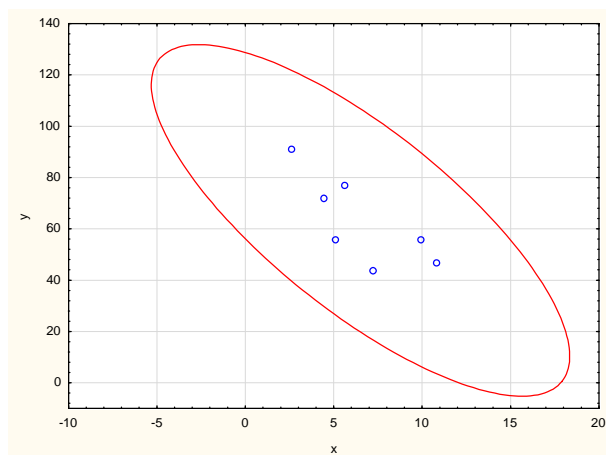
Číslo odběrného místa	1	2	3	4	5	6	7
x_i	2,6	5,6	4,4	5,1	7,2	9,9	10,8
y_i	91	77	72	56	44	56	47

Data jsou uložena v souboru chrom_v_rece.sta. Nakreslete dvourozměrný tečkový diagram, vypočtete výběrový korelační koeficient a na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu o nezávislosti obou veličin.

Výpočet pomocí systému STATISTICA

Otevřeme datový soubor chrom_v_rece.sta. Obvyklým způsobem zobrazíme dvourozměrný tečkový diagram, s jehož pomocí posoudíme dvourozměrnou normalitu dat.

Grafy – Bodové grafy – vypneme lineární proložení - Proměnné X, Y – OK – Detaily - Elipsa normální – OK. Ve vzniklém grafu upravíme měřítka na vodorovné a svislé ose:



Testování hypotézy o nezávislosti:

První možnost – pomocí testové statistiky T: Statistiky – Základní statistiky/tabulky – Korelační matice – OK – 2 seznamy proměn. – X, Y – OK – na záložce Možnosti vybereme Zobrazit detailní tabulku výsledků – Výpočet.

		Korelace (chrom_v_rece.sta) Označ. korelace jsou významné na hlad. $p < ,05000$ (Celé případy vynechány u ChD)									
Prom. X & prom. Y	Průměr	Sm.Odch.	r(X,Y)	r2	t	p	N	Konst. záv.: Y	Směr. záv: Y	Konst. záv.: X	Směrnic záv.: X
x	6,51429	2,97009									
y	63,28571	17,20188	-0,772569	0,596863	-2,72080	0,041735	7	92,43385	-4,47449	14,95612	-0,133392

Ve výstupní tabulce je mj. hodnotu výběrového korelačního koeficientu R_{12} ($r=-0,7726$, tzn. že mezi X a Y existuje silná nepřímá lineární závislost), hodnota testové statistiky ($t=-2,7208$) a p-hodnota pro test hypotézy o nezávislosti ($p=0,0417$), H_0 tedy zamítáme na hladině významnosti 0,05. S rizikem omylu nejvýše 5 % jsme tedy prokázali, že mezi oběma veličinami existuje závislost.

Druhá možnost – pomocí intervalu spolehlivosti pro ρ : Statistiky – Analýza síly testu – Odhad intervalu – Jedna korelace, t-test – OK – Pozorované R: -0,7726, N: 7, zaškrtneme Fisherovo Z (původ.) – Vypočítat.

Odhad intervalu (chrom_v_rece.sta) Jedna korelace, t-test	
	Hodnota
Pozorovaný korel. koef. R	-0,7726
Korelace dle nulové hypotézy (Ró0)	0,0000
Oboustranná p-hodnota	1,9600
Velikost vz. ve skup. (N)	7,0000
Interval spolehlivosti	0,9500
Meze spolehlivosti (Fisher. Z původní):	
Ró:	
Dolní mez	-0,9645
Horní mez	-0,0467

95% interval spolehlivosti pro ρ má tedy meze -0,9645 a -0,0467, nepokrývá hodnotu 0 a tudíž hypotézu o nezávislosti veličin X, Y zamítáme na hladině významnosti 0,05.

Třetí možnost – pomocí pravděpodobnostního kalkulátoru: Pokud známe výběrový koeficient korelace a rozsah výběru, můžeme test nezávislosti veličin X, Y provést pomocí Pravděpodobnostního kalkulátoru.

Statistiky – Pravděpodobnostní kalkulátor – Korelace – zadáme n a r, zaškrtneme Výpočet p z r – Výpočet.

Úkol 3.: Porovnání dvou korelačních koeficientů

V psychologickém výzkumu bylo vyšetřeno 426 hochů a 430 dívek. Ve skupině hochů činil výběrový koeficient korelace mezi verbální a performační složkou IQ 0,6033, ve skupině dívek činil 0,5833. Za předpokladu dvourozměrné normality dat testujte na hladině významnosti 0,05 hypotézu, že korelační koeficienty se neliší.

Výpočet pomocí systému STATISTICA:

Statistiky – Základní statistiky a tabulky – Testy rozdílů: r, %, průměry – OK – vybereme Rozdíl mezi dvěma korelačními koeficienty. Do políčka r1 napíšeme 0,6033, do políčka N1 napíšeme 426, do políčka r2 napíšeme 0,5833, do políčka N2 napíšeme 430 - Výpočet. Dostaneme p-hodnotu 0,6528, tedy nezamítáme nulovou hypotézu o shodě dvou koeficientů korelace na asymptotické hladině významnosti 0,05.

Úkoly k samostatnému řešení:

1. Načtete datový soubor IQ.sta. Za předpokladu dvourozměrné normality dat (orientačně ověřte pomocí dvourozměrného tečkového diagramu) testujte na hladině významnosti 0,1 hypotézu, že korelační koeficienty mezi verbální a performační složkou IQ jsou stejné u dětí z města a venkova.

Výsledek: $p = 0,0784$, tedy s rizikem omylu nejvýše 10 % jsme prokázali, že korelační koeficienty se liší.

2. V náhodném výběru 10 dvoučlenných domácností byl zjišťován měsíční příjem (veličina X, v tisících Kč) a vydání za potraviny (veličina Y, v tisících Kč).

x_i	15	21	34	35	39	42	58	64	75	90
y_i	3	4,5	6,5	6	7	8	9	8	9,5	10,5

Vypočtete výběrový koeficient korelace. Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu o nezávislosti veličin X, Y. Sestrojte 95% asymptotický interval spolehlivosti pro ρ . (Data jsou uložena v souboru příjem_vydání.sta).

Výsledek: $r_{12} = 0,9405$, H_0 zamítáme na hladině významnosti 0,05, s pravděpodobností aspoň 0,95 platí: $0,7623 < \rho < 0,9862$

3. Bylo sledováno 10 žáků. Na základě psychologického vyšetření byli tito žáci seřazeni podle nervové lability (čím byl žák labilnější, tím dostal vyšší pořadí R_i). Kromě toho sledování žáci dostali pořadí Q_i na základě svých výsledků v matematice (nejlepší žák v matematice dostal pořadí 1). Výsledky jsou uvedeny v tabulce:

Pořadí R_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pořadí Q_i	9	3	8	5	4	2	10	1	7	6

Vypočtete Spearmanův koeficient pořadové korelace a na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že nervová lability a výsledky v matematice jsou nezávislé.

Výsledek: $r_s = -0,127$, H_0 nezamítáme na hladině významnosti 0,05.