

Biostatistika

Taťána Bržezická, Ondřej Dvorský, Daniela Gachová,
Jan Gečnuk, Natálie Němcová



Osnova

- Základní pojmy
- Data
- Srovnání průměru a mediánu
- Směrodatná odchylka, chyba průměru
- Test odlehlých hodnot
- Vybraná rozdělení pravděpodobnosti
- Testování hypotéz v biostatistice
 - Parametrické testy
 - Neparametrické testy

Úvod



Obecně o biostatistice

Biostatistika primárně vychází ze statistiky

- Na rozdíl od statistiky je více zaměřená do praxe
- Aplikace a vývoj statistických metod pro řešení biologických a klinických problémů

Získání užitečných informací z pozorovaných dat

- prostý popis stavu sledovaného souboru
- identifikace faktorů ovlivňujících chování souboru
- rozhodnutí o nějaké jeho neznámé charakteristice

Důsledek získané informace

- žádný (pouze informace pro hodnotitele)
- výrazná změně lidské činnosti
- např. ke změně metodických a léčebných postupů nebo klinických doporučení
(účinnost a bezpečnost léčivých přípravků v klinických studiích)

Úvod



Cíl biostatistiky

Zásadní postavení biostatistiky v dnešní vědě a výzkumu

- statistické zpracování experimentálních výsledků (hlavně biomedicínská data)

Aby při hodnocení experimentů na základě limitovaných dat a údajů nedošlo k nesprávným interpretacím a závěrům

Hlavním cílem je získání informace o tzv. **cílové populaci** (základním souboru)

- Ve většině případů nereálné a sleduje se pouze část cílové populace, tzv. **výběr z cílové populace** (experimentální vzorek)

Základní pojmy



Obecný postup

- **Cílová populace**
- Předpoklad určitého pravděpodobnostního chování (**model**)
- Vyjádříme **hypotézu**
- Experimentální vzorek (**výběr z cílové populace**)
- Sledované vlastnosti převedeme na číselné vyjádření (**data**)
 - Kvalitativní
 - Kvantitativní
- Platnost hypotézy vyhodnotíme na základě vybraného modelu a pozorovaných dat

Základní pojmy



Klíčové body pro korektní hodnocení

Zkreslení výsledků

- snažíme se vyhnout zkreslení hodnot sledované náhodné veličiny veličinami, které nejsou cílem studie
- tj. zavádějící veličina (př. nošení zapalovače nezpůsobí rakovinu plic, pouze koreluje s kouřením)

Reprezentativnost

- experimentální vzorek odpovídá cílové populaci
- př. odhad střední výšky české dospělé populace (vzorkem by neměla být mužská basketbalová reprezentace – zkreslení výsledku)

Srovnatelnost

- při srovnání dvou a více skupin (srovnávání jablek s jablky a ne jablek s hruškami)
- srovnatelnost zajištěna pomocí tzv. randomizace nebo srovnáváním výsledků experimentu v rámci podskupin

Základní pojmy



Klíčové body pro korektní hodnocení

Spolehlivost

- kvantifikace sledovaného znaku **bodový odhad** (rozdílný odhad u měření 10 a 1000 jedinců), pro úplnost zmínit **intervalový odhad** (interval spolehlivosti)
- interval, který se zvolenou pravděpodobností pokrývá neznámý parametr, který se snažíme odhadnout bodovým odhadem

Významnost

- statistická významnost - na základě pravděpodobnosti hodnotí výsledek experimentu, zda pozorovaný rozdíl mezi dvěma skupinami vznikl náhodou či ne
- praktická významnost - z hlediska experimentátora na základě pozorovaného efektu vedle statistické významnosti zda je biologicky/klinicky podstatný

Data



Kvalitativní (kategoriální)

- Binární data - nabývají pouze dvou hodnot, většinou data typu ano/ne (př. osoba s diabetem / osoba bez diabetu)
- Nominální data - více kategorií, které nelze vzájemně seřadit (př. krevní skupina A/B/AB/0)
- Ordinální data - více kategorií, lze vzájemně seřadit (př. stádium maligního onemocnění I/II/III/IV)

Kvantitativní (numerická)

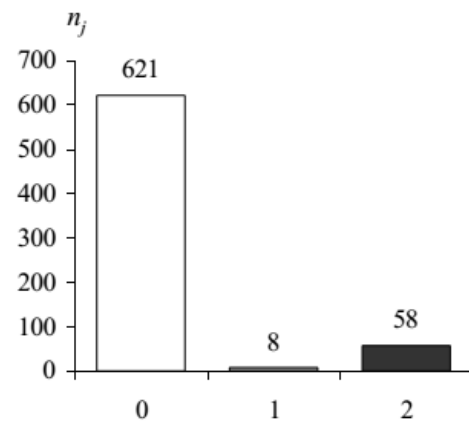
- Spojité data - jakékoliv hodnoty v určitém intervalu (př. hmotnost osob, velikost nádoru nebo teplota)
- Diskrétní data - nabývají pouze spočetně mnoha hodnot, na reálné ose jsou zobrazena pomocí izolovaných bodů (př. počet krevních buněk v 1 ml krve)

Popis a vizualizace dat

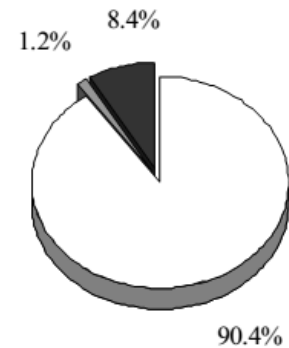
Tabulka četností

Přítomnost diabetu	y_j	n_j	n_j / n	$n_j / n (\%)$
Bez diabetu	0	621	0,904	90,4 %
Diabetes 1. typu	1	8	0,084	1,2 %
Diabetes 2. typu	2	58	0,012	8,4 %
Celkem		687	1	100 %

Sloupcový graf



Výsečový graf



Cíl: pozorovaná data graficky zpřehlednit a poskytnout maximum informací na minimální ploše

Kvalitativní data

- Tabulka četností
- Sloupcový graf, výsečový (koláčový) graf

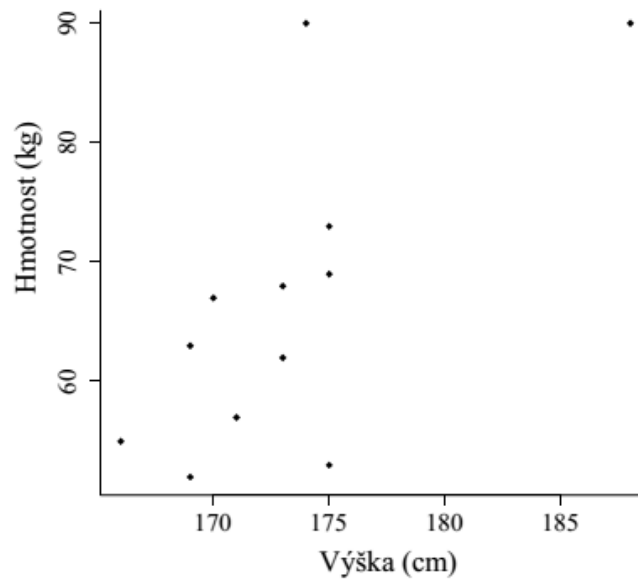
Popis a vizualizace dat



Kvantitativní data

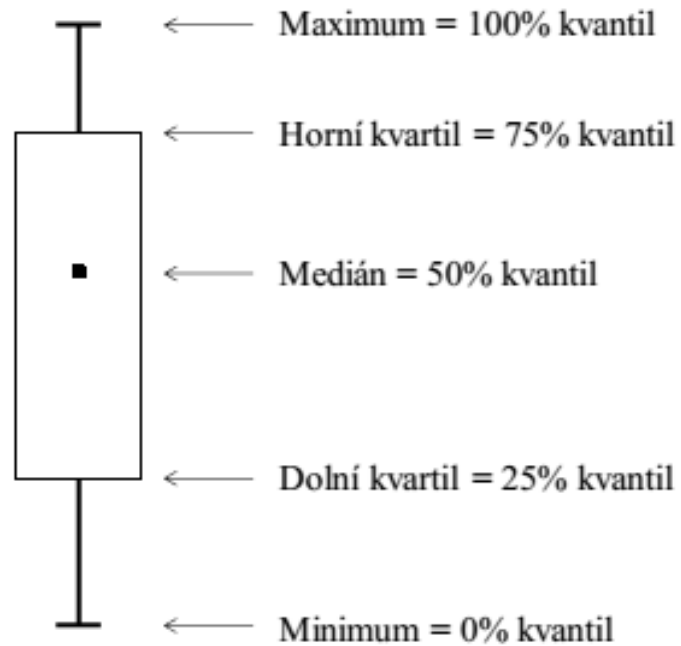
- Míra polohy – shrnuje soubor dat jedním číslem a představuje „typickou hodnotu“ – **průměr, medián**
- Míra variability – jak jsou kolem „typické hodnoty“ rozloženy ostatní hodnoty
 - **rozpětí** = rozsah hodnot (interval min a max hodnoty) - náchylnost k odlehlým hodnotám
 - kvantilové rozpětí (interval definovaný hodnotami $p\%$ kvantilu a $[100 - p]\%$ kvantilu)
 - kvartilové rozpětí (dán dolním a horním kvartilem, pokrývá 50 % pozorovaných hodnot)
- Bodový graf, krabicový graf, histogram

Bodový graf



- zobrazuje každou měřenou hodnotu jako bod plochy
- použití zejména pro vizualizaci vzájemného vztahu dvou veličin spojitého typu
- hodnoty jedné veličiny jsou zobrazeny na ose x
- hodnoty druhé veličiny jsou zobrazeny na ose y

Krabicový graf

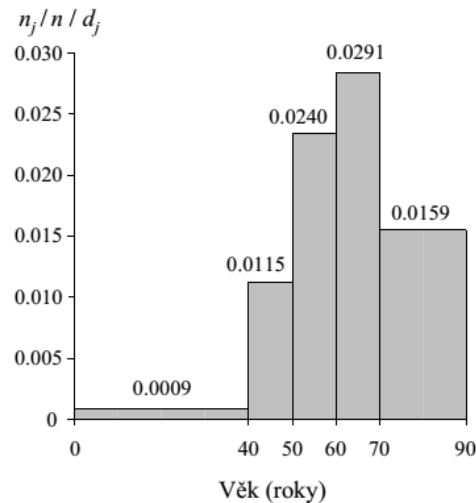


- kvartilové rozpětí – ohraničuje 50% pozorovaných hodnot (hranice horní a dolní kvartil)

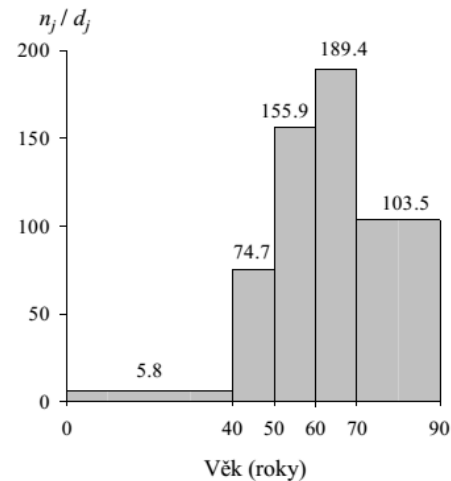
Příklad pacientek s karcinomem prsu

Věkový interval	d_j	n_j	n_j / n	n_j / d_j	$n_j / n / d_j$
0–39 let	40	231	0,036	5,8	0,0009
40–49 let	10	747	0,115	74,7	0,0115
50–59 let	10	1559	0,240	155,9	0,0240
60–69 let	10	1894	0,291	189,4	0,0291
70 a více let	20	2069	0,318	103,5	0,0159
Celkem	90	6500	1	-	-

Relativní četnost



Absolutní



n ... celkový počet hodnot sledované veličiny
 d_j ... šířka intervalu
 n_j ... počet pozorovaných hodnot v intervalu

Histogram

- pro vizualizaci poměrových a intervalových dat
- připomíná sloupcový graf
 - Rozdíl: každý sloupec v histogramu odráží absolutní nebo relativní četnost na jednotku sledované veličiny na vodorovné ose
- seřazení hodnot dle velikosti
- rozdělení do vzájemně disjunktních intervalů
- standardizace na šířku intervalu (70+ vypadá četnější než 60-69 viz tabulka, ale není, viz graf)

SROVNÁNÍ PRŮMĚRU A MEDIÁNU

- ukazatele středu souboru dat
- jedno číslo, které představuje „typickou hodnotu“, kolem které mají ostatní pozorované hodnoty tendenci kolísat

PRŮMĚR

- vypočten ze všech pozorovaných hodnot
- symetrická data, neobsahují odlehlé hodnoty

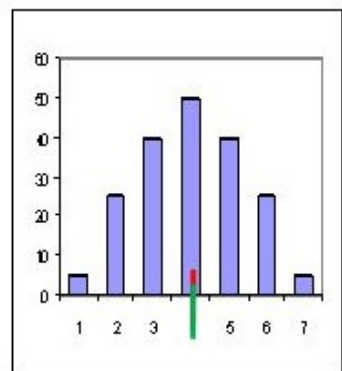
$$X = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

MEDIÁN

- prostřední hodnota – dělí celý soubor na dvě poloviny
- asymetrická data, přítomnost odlehlé hodnoty
- např. výpočet průměrného platu

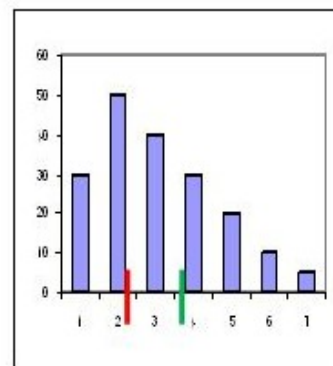
- zvážit, co použiju, uvést obě hodnoty

Symetrická data

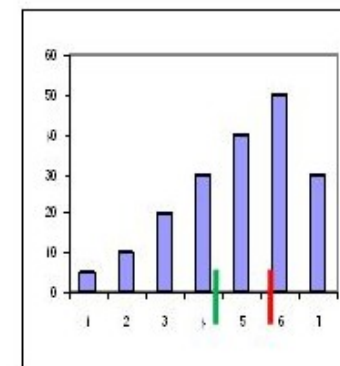


Průměr = medián

Asymetrická data



Průměr > medián



Průměr < medián

SMĚRODATNÁ ODCHYLKA, CHYBA PRŮMĚRU

- ukazatele šířky rozložení
 - např. větší variabilita u hodnot 0-100 než u 40-60

ROZPTYL $s^2 = \frac{\sum(x_i - X)^2}{n - 1}$

- získaný na základě odchylky jednotlivých hodnot od průměru
- nejvyšší vypovídající schopnost v případě symetrického rozdělení

SMĚRODATNÁ ODCHYLKA (SD) – variabilita pozorované proměnné

- druhá odmocnina z rozptylu
- pro $n < 7$:

$$s = k_n R$$

X průměr

R rozpětí

n počet měření

odhad směrodatné odchylky – tabelované hodnoty k_n

$$s = k_n \cdot R$$

n	k_n
2	0,886
3	0,591
4	0,486
5	0,430
6	0,395
7	0,370
8	0,351
9	0,337
10	0,325

RELATIVNÍ SMĚRODATNÁ ODCHYLKA (RSD; %)

- vhodné pro srovnání variability více souborů, které se liší úrovní hodnot

$$s_r = \frac{s}{X} \times 100$$

STŘEDNÍ CHYBA PRŮMĚRU

- směrodatná odchylka rozložení průměru
- měří se rozptýlenost vypočteného X v různých výběrových souborech vybraných z 1 velkého základního souboru → s menší chybou

INTERVAL SPOLEHLIVOSTI

- interval, v němž s danou pravděpodobností leží správná hodnota μ
- pro $n < 7$: $\mu = X \pm K_n R$
- pro $n > 7$: $\mu = X \pm s \frac{t_\alpha}{\sqrt{n}}$

TEST ODLEHLÝCH HODNOT

- Q-test a T-test
- zjišťujeme, zda se krajní hodnoty souboru statisticky významně liší od ostatních paralelních měření

DEAN-DIXONŮV Q-TEST – pro $n < 7$

$$Q_1 = \frac{|x_2 - x_1|}{R} \quad Q_n = \frac{|x_n - x_{n-1}|}{R}$$

- nalezené hodnoty Q_1 nebo Q_n se srovnávají s tabelovanou hodnotou Q_k
- když Q_1 nebo $Q_n < Q_k \rightarrow$ výsledek NENÍ odlehlý a zůstane součástí souboru dat
- když Q_1 nebo $Q_n > Q_k \rightarrow$ výsledek JE odlehlý a vyloučí se ze souboru dat

GRUBSŮV T-TEST – pro $n > 7$

$$T_1 = \frac{|X - x_1|}{s} \qquad T_n = \frac{|x_n - X|}{s}$$

- nalezené hodnoty T_1 nebo T_n se srovnávají s tabelovanou hodnotou T_k
- když T_1 nebo $T_n < T_k \rightarrow$ výsledek NENÍ odlehlý a zůstane součástí souboru dat
- když T_1 nebo $T_n > T_k \rightarrow$ výsledek JE odlehlý a vyloučí se ze souboru dat

Postup při Q- nebo T-testu:

- výsledky daného stanovení se seřadí podle velikosti hodnot $\rightarrow x_1 < x_2 < x_3 < x_4 \dots < x_n$
- otestují se pouze krajní hodnoty souboru dat podle Q- nebo T- testu
- pokud ani jedna z krajních hodnot není odlehlá, tak počítáme se všemi hodnotami souboru dat
- pokud je alespoň jedna z hodnot odlehlá, vyloučíme ji ze souboru dat a pokračujeme opět krokem 1)

- PŘ. Ve vzorku multivitaminového přípravku byl pomocí metody AAS stanovován obsah Zn. Opakovaným měřením byly získány tyto obsahy: 164,1 mg/l, 165,0 mg/l, 166,9 mg/l, 157,2 mg/l, 166,9 mg/l, 163,0 mg/l. Výsledky otestujte na odlehlost a vypočtete průměrnou hodnotu a směrodatnou odchylku měření.

157,2 mg/l, 163,0 mg/l, 164,1 mg/l, 165,0 mg/l, 166,9 mg/l, 166,9 mg/l

$$R = 166,9 - 157,2 = 9,7 \text{ mg/l}$$

$$Q_1 = \frac{|x_2 - x_1|}{R} = \frac{|157,2 - 163,0|}{9,7} = 0,598 \quad Q_6 = \frac{|x_6 - x_5|}{R} = \frac{|166,9 - 166,9|}{9,7} = 0$$

$$Q_1 = 0,598 > 0,560 (Q_{k6}) \dots \text{JE odlehlé}$$

$$Q_6 = 0 < 0,560 (Q_{k6}) \dots \text{NENÍ odlehlé}$$

163,0 mg/l, 164,1 mg/l, 165,0 mg/l, 166,9 mg/l, 166,9 mg/l

$$R = 166,9 - 163,0 = 3,9 \text{ mg/l}$$

$$Q_1 = \frac{|x_2 - x_1|}{R} = \frac{|164,1 - 163,0|}{3,9} = 0,282$$

$$Q_1 = 0,282 < 0,642 (Q_{k5}) \dots \text{NENÍ odlehlé}$$

$$Q_5 = 0 < 0,642 (Q_{k5}) \dots \text{NENÍ odlehlé}$$

$$X = \mathbf{165,2 \text{ mg/l}}$$

$$s = k_n R = 0,430 \times 3,9 = \mathbf{1,7 \text{ mg/l}}$$

test odlehlosti výsledků – tabelované hodnoty Q_k a T_k

n	T_k		Q_k	
	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,01$	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,01$
3	1,412	1,416	0,941	0,988
4	1,689	1,723	0,765	0,889
5	1,869	1,955	0,642	0,760
6	1,996	2,130	0,560	0,698
7	2,093	2,265	0,507	0,637
8	2,172	2,374	0,468	0,590
9	2,237	2,464	0,437	0,555
10	2,294	2,540	0,412	0,527
11	2,343	2,606		
12	2,387	2,663		

TEST PRAVDIVOSTI VÝSLEDKU

- Lordův a Studentův test
- naměřený výsledek se srovnává se správnou hodnotou

LORDŮV TEST – pro $n < 7$

$$u = \frac{|X - \mu|}{R}$$

- nalezená hodnota u se srovnává s tabelovanou hodnotou u_k
- $u < u_k \rightarrow$ výsledek JE pravdivý

STUDENTŮV TEST – pro $n > 7$

$$t = \frac{|X - \mu|}{s} \sqrt{n}$$

- nalezená hodnota t se srovnává s tabelovanou hodnotou t_k
- $t < t_k \rightarrow$ výsledek JE pravdivý

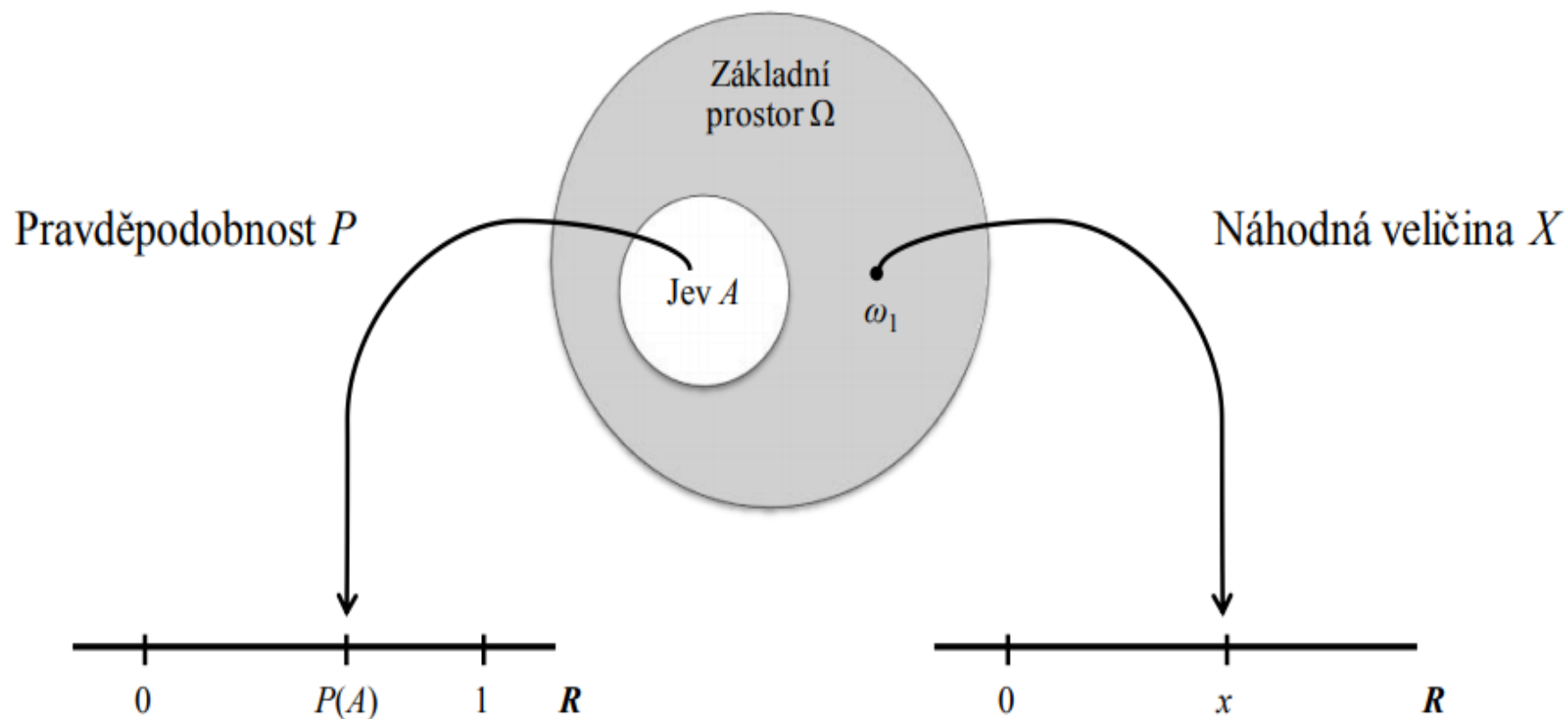
test pravdivosti výsledků – tabelované hodnoty u_k a t_k

n	u_{krit}		t_{krit}	
	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,01$	$\alpha=0,05$	$\alpha=0,01$
2	1,714	3,958	12,706	63,657
3	0,636	1,046	4,303	9,925
4	0,406	0,618	3,182	5,841
5	0,306	0,448	2,776	4,604
6	0,250	0,357	2,571	4,032
7	0,213	0,300	2,447	3,707
8	0,186	0,260	2,365	3,499
9	0,167	0,232	2,306	3,355
10	0,152	0,210	2,262	3,250
11			2,228	3,169

Vybraná rozdělení pravděpodobnosti a Kaplan-Meierův odhad funkce přežití

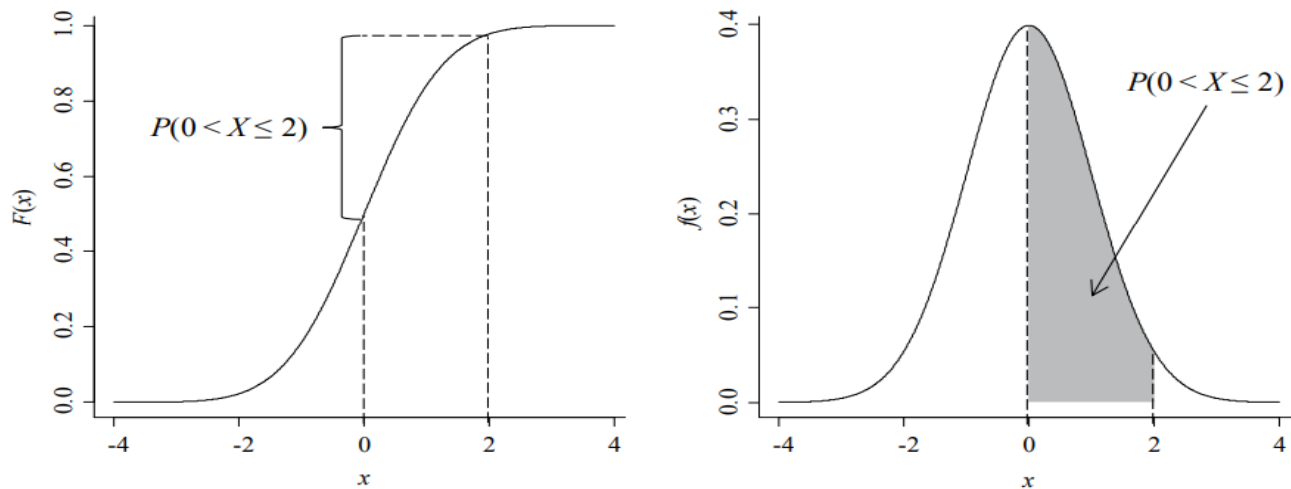
Bc. Ondřej Dvorský

Schematické vyjádření konceptu náhodné veličiny

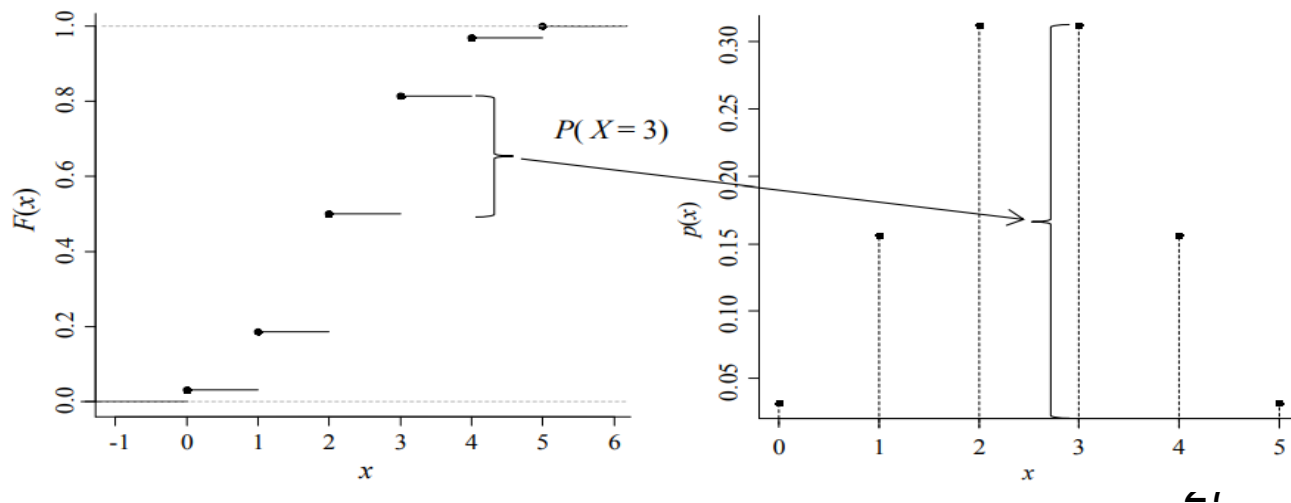


Spojité a diskrétní náhodné veličiny

Spojité náhodná veličina



Diskrétní náhodná veličina



Statistické metody

- **Neparametrické** - nevyžadují specifikaci konkrétního rozdělení pozorovaných hodnot
- **Parametrické** - vyžadují specifikaci

Spojité rozdělení pravděpodobnosti

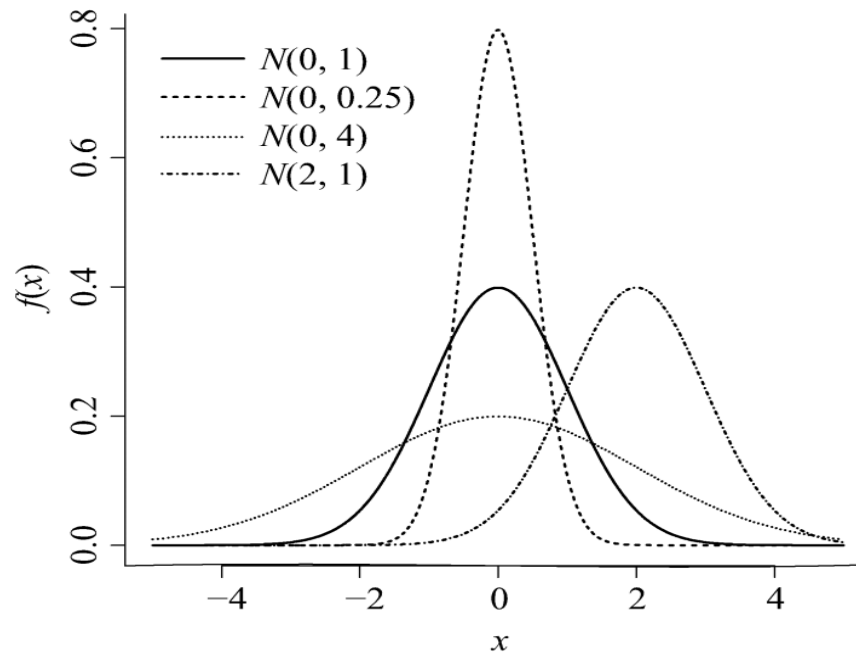
- **Normální**
- Rovnoměrně spojité - $f(x)$ na intervalu (a, b) konstantní a mimo tento interval nulová
- Chí-kvadrát - při konstrukci intervalu spolehlivosti pro rozptyl náhodné veličiny
- **Studentovo t**
- **Logaritmicko-normální**
- Exponenciální - popisuje délku časových intervalů mezi jednotlivými událostmi, když se tyto události vyskytují vzájemně nezávisle a s konstantní intenzitou
- Fisherovo F - sestavení intervalu spolehlivosti pro podíl dvou rozptylů normálního rozdělení; testování hypotézy o rovnosti středních hodnot veličiny X

Normální rozdělení

- Pro veličiny, jejichž hodnoty se symetricky shlukují kolem střední hodnoty a vytvářejí tak charakteristický tvar hustoty pravděpodobnosti, která je známá také pod pojmem **Gaussova křivka**
- **Parametry μ a σ^2** - první z nich představuje střední hodnotu normálního rozdělení a druhý představuje rozptyl normálního rozdělení
- $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Hustota náhodné veličiny **X** má tvar:

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$$

Ukázky hustot náhodných veličin s normálním rozdělením



Interval	Pravděpodobnost realizace uvnitř intervalu	Pravděpodobnost realizace vně intervalu
$\mu \pm 1\sigma$	0,683	0,317
$\mu \pm 2\sigma$	0,954	0,046
$\mu \pm 3\sigma$	0,997	0,003

Studentovo t rozdělení – $t(k)$

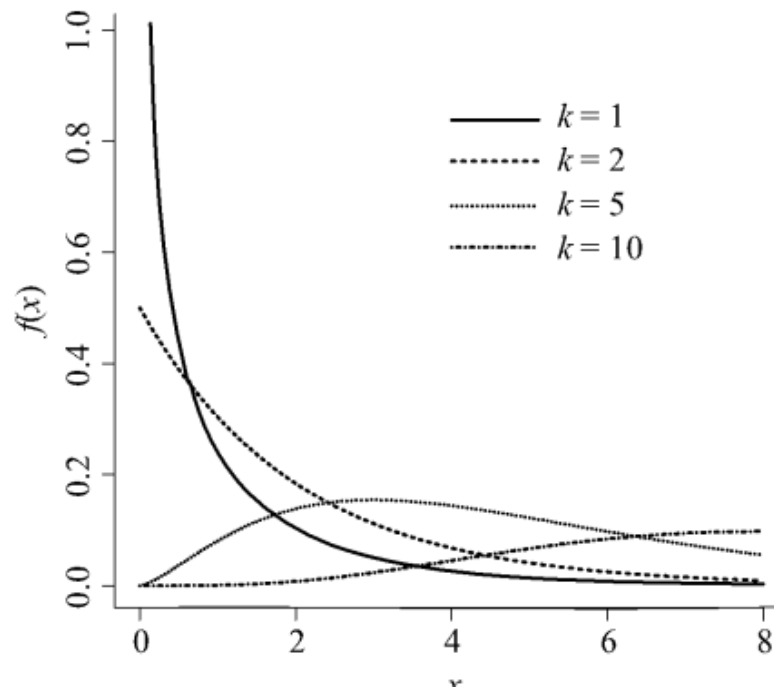
- Charakterizuje rozdělení pravděpodobnosti průměru jako odhadu střední hodnoty veličiny s normálním rozdělením v případě, že **neznáme přesnou hodnotu rozptylu** (což je v praktickém životě téměř vždy). Studentovo t rozdělení vzniká jako **podíl dvou nezávislých náhodných veličin, jedné s rozdělením $N(0,1)$ a druhé s rozdělením $\chi^2(k)$**
- Platí tedy:

$$Z \sim N(0,1), K \sim \chi^2(k) \rightarrow T = \frac{Z}{\sqrt{K/k}} \sim t(k)$$

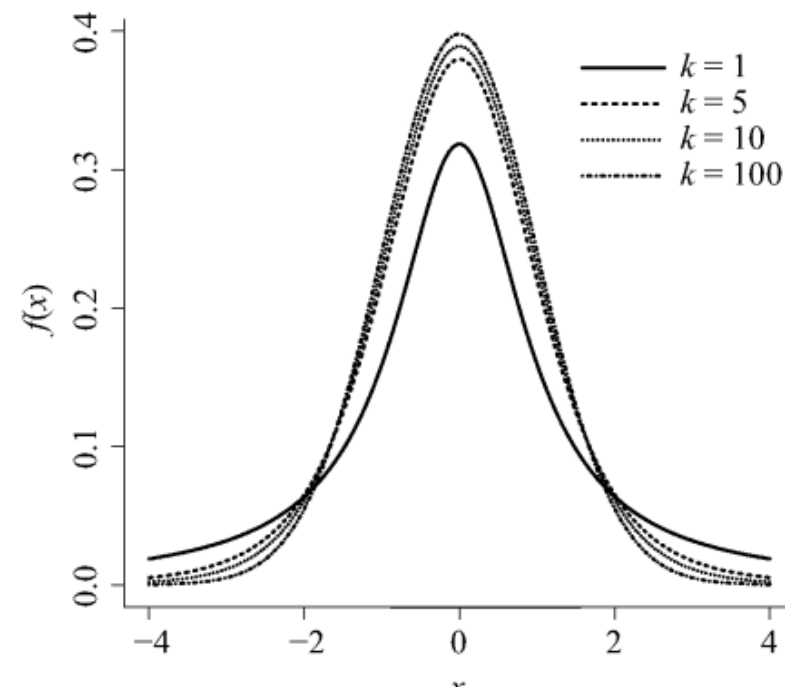
Počet stupňů volnosti k , který přebírá od **rozdělení chí-kvadrát**

Ukázky hustot náhodných veličin s chí-kvadrát rozdělením a Studentovým t rozdělením

Chí-kvadrát rozdělení



Studentovo t rozdělení



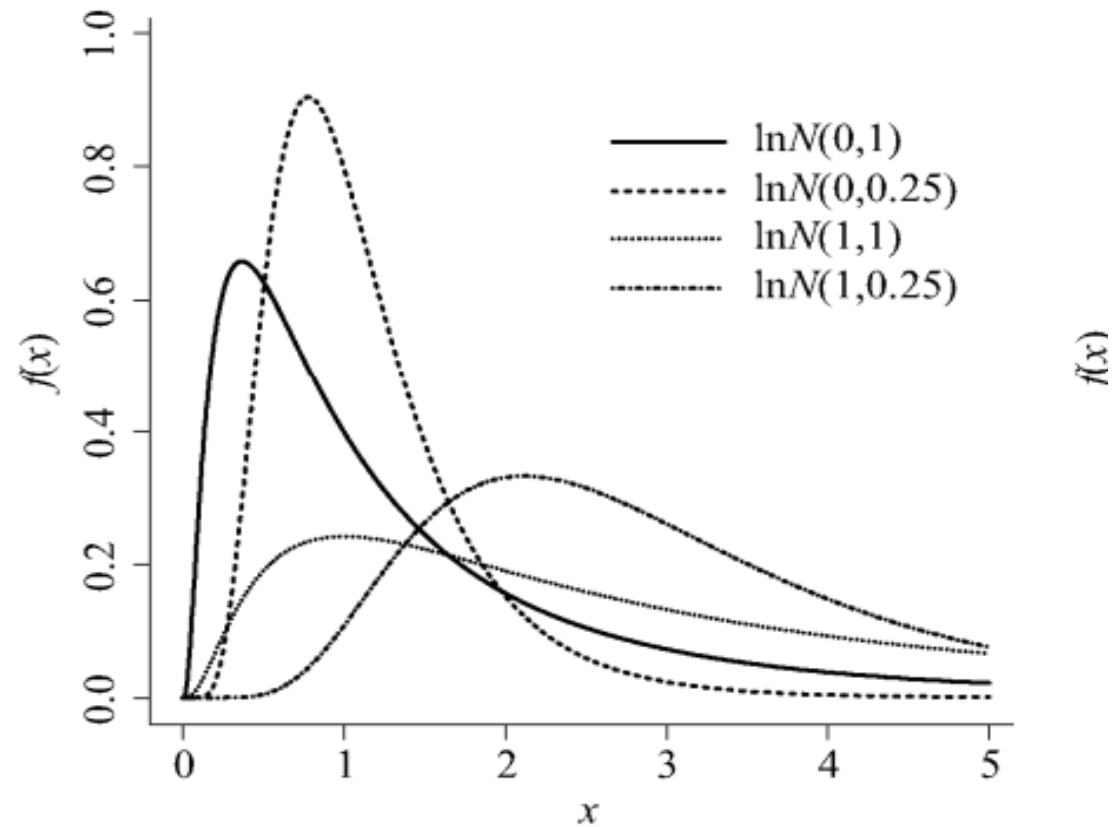
Logaritmicko-normální rozdělení – $\ln N(\mu, \sigma^2)$

- Náhodná veličina X má logaritmicko-normální rozdělení právě tehdy, když veličina $Y = \ln(X)$ má normální rozdělení. To samé platí i naopak, když veličina Y má normální rozdělení, pak náhodná veličina $X = \exp(Y)$ má rozdělení logaritmicko-normální.
- Hustota je dána vztahem:

$$f(x; \mu, \sigma^2) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(\ln x - \mu)^2 / 2\sigma^2}$$

Ukázka hustot náhodných veličin s log-normálním rozdělením

Log-normální rozdělení



Diskrétní rozdělení pravděpodobnosti

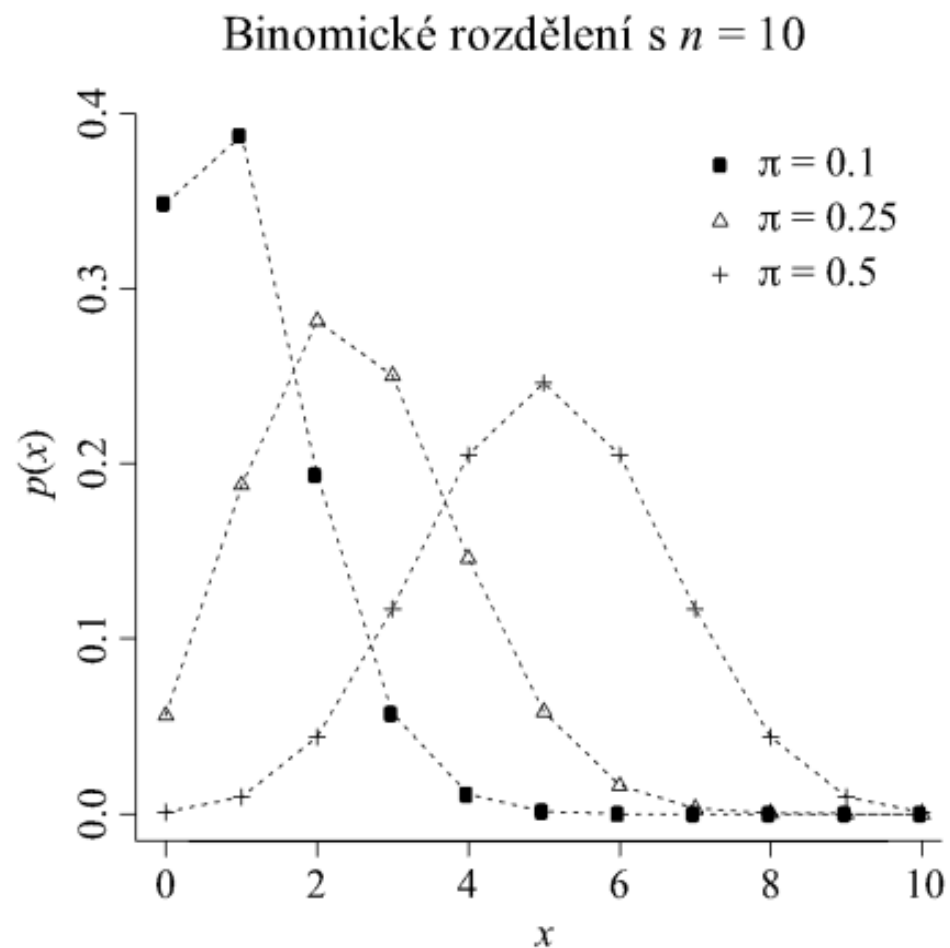
- **Binomické**
- **Poissonovo**

Binomické rozdělení – Bi(n,π)

- Popisuje počet výskytů sledovaného znaku nebo události (ve formě ano/ne, nastala/nenastala) v sérii **n** nezávislých experimentů, kdy v každém experimentu **máme stejnou pravděpodobnost výskytu** daného znaku (události), označenou **π**.
- Funkce má tvar:

$$p(x;n,\pi) = P(X = x) = \binom{n}{x} \pi^x (1 - \pi)^{n-x}, x = 0, 1, 2, \dots, n$$

Pravděpodobnostní funkce náhodné veličiny s binomickým rozdělením pro $n=10$



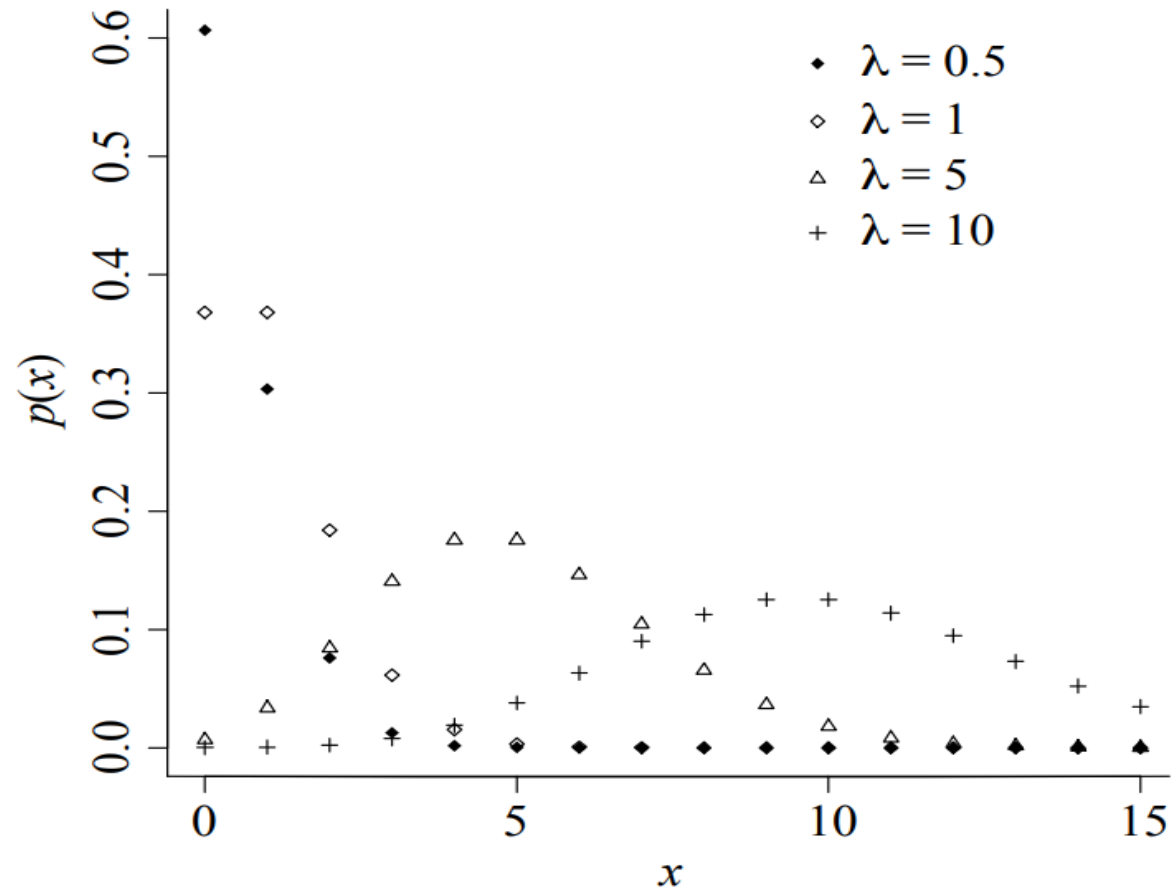
Poissonovo rozdělení – Po(λ)

- Popisuje počet výskytů sledovaného znaku nebo události na danou jednotku času, plochy, případně objemu s tím, že se tyto události vyskytují vzájemně nezávisle a s konstantní intenzitou (tu popisuje jediný parametr tohoto rozdělení, intenzita λ).
- Při počtu opakování $n \rightarrow \infty$; pravděpodobnosti výskytu jednotlivé události $\pi \rightarrow 0$
- součin $n\pi$ přechází v intenzitu λ
- Platí tedy:

$$p(x; \lambda) = P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots$$

Ukázky pravděpodobnostní funkce náhodných veličin s Poissonovým rozdělením

Poissonovo rozdělení



Kaplan-Meierův odhad funkce přežití

- Neparametrický odhad funkce přežití
- Aby byl subjekt v čase t bez sledované události (aby se např. pacient s nádorovým onemocněním dožil času t), nesmí se u něj událost vyskytnout v žádném čase takovém, pro nějž platí, že $t > t^*$. Pravděpodobnost přežití daného času můžeme vyjádřit pouze s pomocí údajů o úmrtí v daném čase. Funkci přežití pak můžeme odhadnout pomocí vztahu:

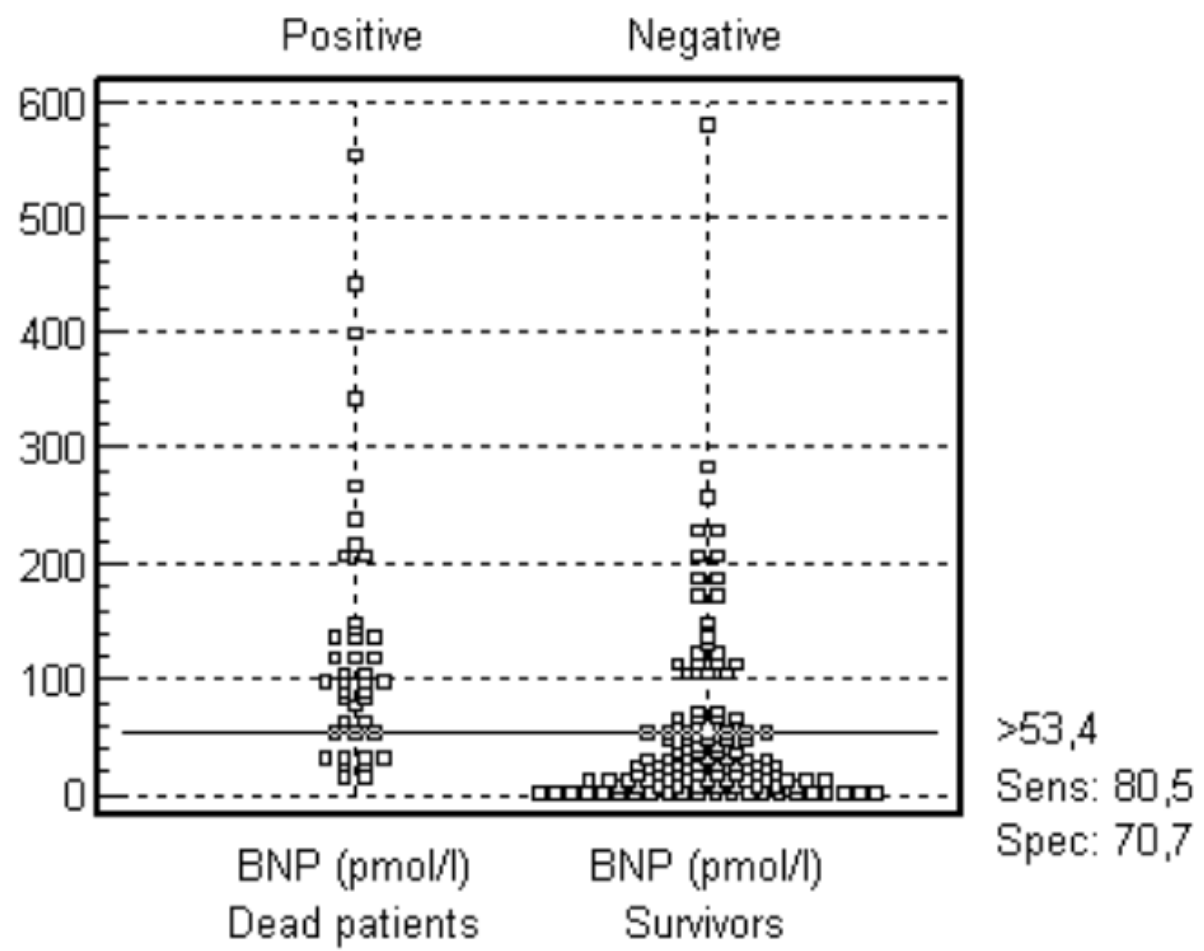
$$\hat{S}(t) = \hat{p}_1 \hat{p}_2 \dots \hat{p}_n = \frac{R_1 - d_1}{R_1} \frac{R_2 - d_2}{R_2} \dots \frac{R_{n-1} - d_{n-1}}{R_{n-1}} \frac{R_n - d_n}{R_n}$$

kde d je počet sledovaných událostí zaznamenaných v čase a R je počet subjektů v riziku výskytu sledované události v čase

Efektivita BNP ve vztahu k celkové mortalitě

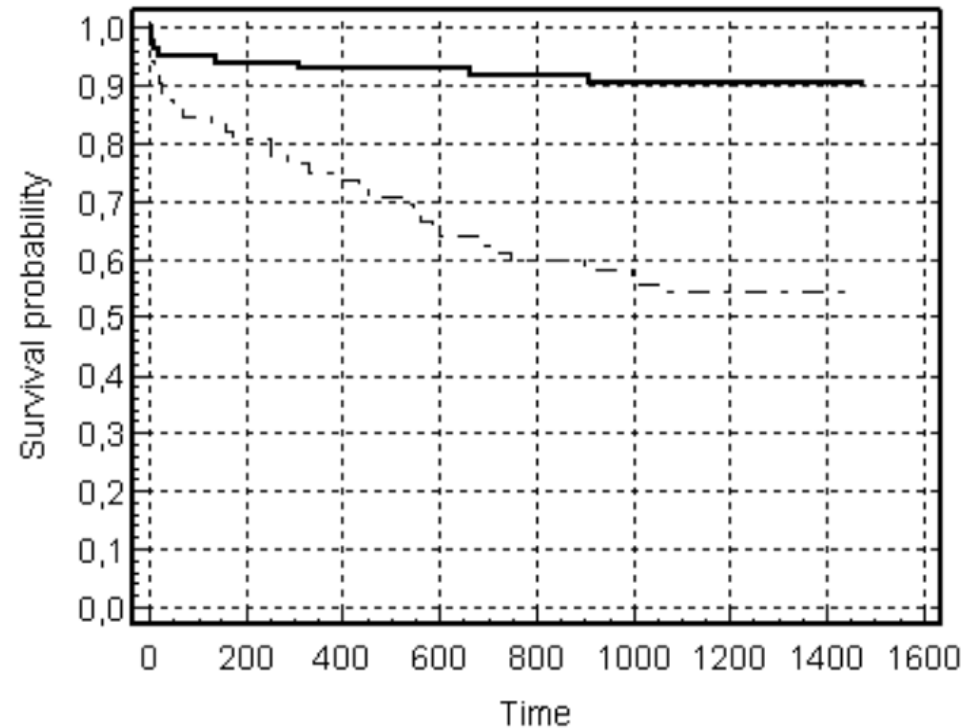
- BNP - natriuretický peptid typu B
- 157 osob
- 4 roky
- 116 přežilo

Úmrtí	Doba přežití	BNP (pmol/l)	log (BNP)
0	1471	1,3	0,1139433523
0	1471	8,9	0,9493900066
1	712	99,8	1,9991305413
0	1469	2,4	0,3802112417
0	1466	3,1	0,4913616938
0	1466	24,3	1,3856062736
1	896	266,3	2,4253711664
0	1464	29,7	1,4727564493
0	1464	5,7	0,7558748557
0	1464	55,8	1,7466341989
0	1463	9,9	0,9956351946
1	450	217,2	2,3368598209
0	1459	32,4	1,5105450102



Výsledky

- Mez BNP - 50 pmol/l
- Pod – 84 pacientů; 90,5 %
- Nad – 73 pacientů; 54,3 %
- $p < 0,0005$



Statistika

Jan Gečnuk

Obsah

Hypotézy

Formulace hypotézy (příklad)

Rozdělení testů para x neparametrické

F- test (model, vstup)

T- test (model, vstup)

Hypotézy

Hypotéza = domněnka

Testování hypotéz = potvrzení, či vyvrácení domněnky

Možnosti hypotéz

Změna sledované veličiny na vlivu vnějšího zásahu

Srovnání nezávislosti dvou proměnných veličin

Srovnání odhadu střední hodnoty se známým údajem

Formulace hypotézy

H_0 = nulová hypotéza, začátek

je platná, dokud nenajdeme silný důkaz, který ji vyvrátí (presumpce nevinny)

H_1 = alternativní hypotéza, vyvrací první

hypotézy jsou pouze dvě

Pokud je jedna vyvrácena, pravděpodobně platí ta druhá

Antibiotikum a délka hojení rány

nulová hypotéza $H_0: v_0 = v_1$

Alternativní hypotéza $H_1: v_0 \neq v_1$ (místo \neq případně: $<$; $>$)

v_0 = standartní doba léčby

v_1 = doba léčby za použití antibiotik

Stanovení hladiny významnosti α (nejčastěji 0,05)

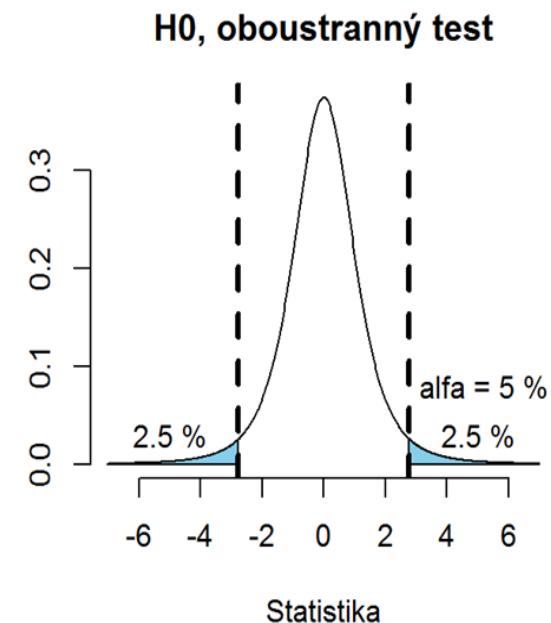
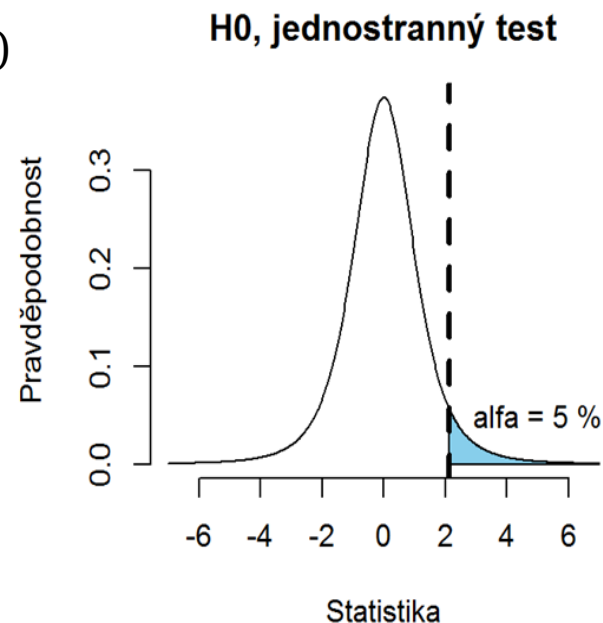
ovlivňuje chybu I. Druhu (přijeme H_1 , ale platí H_0)

Výběr testového kritéria (vzorec T,t)

Rozdělení výběrového prostoru (oboru hodnot)

1. Obor přijetí(V): zamítnuta H_1
2. kritický obor(W): přijememe H_1 , H_0 zamítnuta,

Obory od sebe odlišuje kritická hodnota, úsek závislý na hladině významnosti a počtu měření (tabulková hodnota)



Antibiotikum a délka hojení rány

Máme stanoveno

Nulová hypotéza $H_0: v_0 = v_1$

Alternativní hypotéza $H_1: v_0 \neq v_1$

množství pacientu, $n = 40$

Hladina významnosti $\alpha = 0.05$

Průměrná doba hojení bez přídatku antibiotika v_0 je 17 dní

Průměrná doba hojení s přídatkem antibiotika v_1 je 16 dní

Známe i rozptyl $\sigma^2 = 4$ dní

$$z = \frac{v_0 - v_1}{\sigma} \times \sqrt{n}$$

$$z = \frac{17 - 16}{2} \times \sqrt{40}$$

Antibiotikum a délka hojení rány

t-test

kritická hodnota $T_{\text{krit}} = 1,684$

tabulka: Kvantily $t_{1-\alpha/2}(v)$ Studentova t rozdělení

$v = n-1$ (počet stupňů volnosti = $n-1$)

Vypočtená $T = 3,16$

je vyšší než kritická hodnota

alternativní hypotézu zamítáme

rozdíl není statisticky významný $\alpha=0.95$

[Tabulky](#)

Tab. č. 3 Kvantily $t_{1-\alpha/2}(v)$ Studentova t rozdělení

St. volnosti v	0,80	0,90	0,95	0,975	0,9875	0,995
1	1,376	3,078	6,314	12,706	25,452	63,657
2	1,061	1,886	2,920	4,303	6,205	9,925
3	0,978	1,638	2,353	3,182	4,176	5,841
4	,941	1,533	2,132	2,776	3,495	4,604
5	,920	1,476	2,015	2,571	3,163	4,032
6	,906	1,440	1,943	2,447	2,969	3,707
7	,896	1,415	1,895	2,365	2,841	3,499
8	,889	1,397	1,860	2,306	2,752	3,355
9	,883	1,383	1,833	2,262	2,685	3,250
10	,879	1,372	1,812	2,228	2,634	3,169
11	,876	1,363	1,796	2,201	2,593	3,106
12	,873	1,356	1,782	2,179	2,560	3,055
13	,870	1,350	1,771	2,160	2,533	3,012
14	,868	1,345	1,761	2,145	2,510	2,977
40	,851	1,303	1,684	2,021	2,329	2,704

Rozdělení testů

- Parametrické testy
- Testují parametr ze základního souboru (střední hodnota, rozptyl)
- mají vyšší sílu, (schopnost správně zamítnout ve skutečnosti neplatnou nulovou hypotézu) než testy neparametrické
- „přísnější na data“
- Vyžadují podmínky - nepřítomnost extrémů, normální rozdělení, rozsah výběru
- Používají se prioritně

Neparametrické testy

- Testuje hypotézu o základním souboru, jinou, než je parametr (μ , σ)
- nižší síla (ty data v H_0 , které by parametrický test zamítl, neparametrický nezamítne)
- Nezávislý na extrémech a rozdělení
- Širší použití

Rozdělení testů - výběry

Testy pro jeden výběr – porovnááme parametr odhadnutý z měřených dat se zadanou konstantou (energetický příjem oproti známému průměru)

Testy pro dva výběry – porovnávání parametrů ze dvou výběrů, testování shody, nezávislosti

Podmnožiny

Dvouvýběrový test pro nezávislé výběry (výběry jsou navzájem nezávislé)

Dvouvýběrový test pro závislé výběry (párový test – 1 jedinec, dva testované přístroje)

Rozdělení testů

Testy pro více výběrů

metodika – analýza rozptylů ANOVA

Fisherův, F-test

sledování rozdílu dvou rozptylů

Používáme k testování hypotéz týkající se σ , μ

U populací, které odpovídají Gaussovu norm. rozdělení

U populací se využívají výběrové rozptyly k ověření nulové hypotézy

Nulová hypotéza a následující alternativní hypotézy zapíšeme

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_0: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

$$H_0: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

$$H_0: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$$

Fisherovo rozdělení

Tab. č. 7 Kvantily $F_{0,975}(v_V, v_M)$ Fisher-Snedecorova rozdělení ($\alpha = 0,05$)

v_M	Počet stupňů volnosti čitatele (v_V)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	647,79	799,50	864,16	899,58	921,85	937,11	948,22	956,66	963,28
2	38,506	39,000	39,165	39,248	39,298	39,331	39,355	39,373	39,387
3	17,443	16,044	15,439	15,101	14,885	14,735	14,624	14,540	14,473
4	12,218	10,649	9,979	9,605	9,365	9,197	9,074	8,980	8,905
5	10,007	8,434	7,764	7,388	7,146	6,978	6,853	6,757	6,681
6	8,813	7,260	6,599	6,227	5,988	5,820	5,696	5,600	5,523
7	8,073	6,542	5,890	5,523	5,285	5,119	4,995	4,899	4,823
8	7,571	6,060	5,416	5,053	4,817	4,652	4,529	4,433	4,357
9	7,209	5,715	5,078	4,718	4,484	4,320	4,197	4,102	4,026

Příklad F-testu

Dva soubory, pokusný (μ_1 a σ_1^2) kontrolní (μ_2 a σ_2^2)

Určíme výběrový rozptyl

Testovací statistika:

Pokud platí H_0 , pak má Fisherovo rozdělení s parametry (n_1-1) a (n_2-2) ,

Možnosti zamítnutí H_0 hypotézy

$$F = \frac{(\text{větší z rozptylů } s_1^2, s_2^2)}{(\text{menší z rozptylů } s_1^2, s_2^2)}$$

$$F = \frac{(s_1^2)}{(s_2^2)}$$

Tabulka 7.6 Pravidla pro zamítnutí H_0 pro F-test dle zvolené alternativy.

Alternativa	$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$	<input type="checkbox"/> Zamítáme H_0 , když	$F < F_{\alpha/2}^{(n_1-1, n_2-1)}$ nebo $F > F_{1-\alpha/2}^{(n_1-1, n_2-1)}$
Alternativa	$H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$	<input type="checkbox"/> Zamítáme H_0 , když	$F > F_{1-\alpha}^{(n_1-1, n_2-1)}$
Alternativa	$H_1 : \sigma_1^2 < \sigma_2^2$	<input type="checkbox"/> Zamítáme H_0 , když	$F < F_{\alpha}^{(n_1-1, n_2-1)}$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Příklad F-test

Děti s hyperthyreózou

Výpočet testové statistiky

$$F = \frac{(s_1^2)}{(s_2^2)} = \frac{(14,22^2)}{(37,48^2)} = 0,144$$

V tabulkách najdeme kvantil, pro stupně volnosti

Závěr – zamítáme nulovou hypotézu

$$= 0,144 < 0,279 = F_{0,05}^{8,6} = F_{\alpha}^{(n_1-1, n_2-1)}$$

Obě skupiny se statisticky významně

liší ve variabilitě tyroxinu v séru

Hladina tyroxinu v séru (nmol/l)	Mírné symptomy ($n_1 = 9$)	Výrazné symptomy ($n_2 = 7$)
Průměr	56,4	42,1
Směrodatná odchylka	14,22	37,48

T-test

Nejčastěji používaný parametrický test

testování rozdílu dvou středních hodnot μ

Výpočet vychází z odhadu parametrů μ a s^2 u výběrových souborů x , σ^2

Testovací kritérium, porovnáme s tabulkovou kritickou hodnotou ($1-\alpha/2$ kvantil Studentova t-rozdělení pro dané v a zvolené α)

Podmínka: stejný rozptyl obou měření

T-test - jednovýběrový

Jednovýběrový – známe střední hodnotu základního souboru, pak nulová hypotéza je $H_0: \mu = \text{konst.}$

Stanovíme aritmetický průměr, rozptyl výběrového souboru

$$t = \frac{|\bar{x} - \mu|}{s \times \sqrt{n}}$$

Testovací kritérium (statistika) = t

Stanovení α , ν $\nu = n - 1$

Kritická hodnota: $t_{1-\alpha/2}(\nu)$

Tabulky: Kvantily $t_{1-\alpha/2}(\nu)$ Studentova t rozdělení

t = testovací kritérium

\bar{x} = průměr výběrového souboru

μ = střední hodnota základního souboru

s = rozptyl výběrového souboru

n = počet členů VS

T-test závěry

Výsledek: $t \leq t_{1-\alpha/2}(v)$, statisticky nevýznamný rozdíl mezi střední hodnotou μ a známou konstantou při zvolené α (nezamítáme H_0 , tzn. výběrový soubor pochází z populace se známou střední hodnotou $m = \text{konst.}$).

Závěr: pokusný zásah byl neúčinný, protože nebyla ovlivněna střední hodnota souboru při aplikaci zásahu ($p > 0,05$).

$t > t_{1-\alpha/2}(v)$, statisticky významný rozdíl mezi střední hodnotou μ a známou konstantou ($\alpha = 0,05$) nebo statisticky vysoce významný rozdíl (při $\alpha = 0,01$) (zamítáme H_0 , tzn. výběrový soubor nepochází z populace se známou střední hodnotou a pochází z jiné populace, kde $\mu \neq \text{konst.}$).

Závěr: pokusný zásah byl účinný, protože způsobil změnu střední hodnoty u pokusného souboru ve srovnání se známou konstantní střední hodnotou ($p < 0,05$ resp. $p < 0,01$).

T-test dvouvýběrový párový

Neznáme střední hodnotu základního souboru

porovnááme 2 soubory dat

1 soubor – měření před zásahem

2 soubor – měření po zásahu

sledujeme rozdíly v „párech“ v řadách hodnot

testujeme hypotézu, že střední hodnota před a po pokusu se rovná

Př. slepice ve velkochovu – hmotnost vajec, upravení světelného režimu, opětovné měření, zjišťování významnosti

T-test dvouvýběrový párový

1. vypočítáme rozdíly v párových hodnotách
2. vezmeme rozdíly před a po zásahu, z těchto stanovíme aritmetický průměr, \bar{x} ze zjištěných rozdílů a s^2 (nebo s = směrodatnou odchylku)
3. vypočítáme testovací kritérium
4. stanovení α , ν
$$\nu = n - 1$$
6. Kvantily $t_{1-\alpha/2}(\nu)$ Studentova t rozdělení
7. t porovnááme s t_{krit}

$$t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{s \times \sqrt{n}}$$

T-test dvouvýběrový párový

Výsledek : $t \leq t_{1-\alpha}/2(v)$, statisticky nevýznamný rozdíl mezi μ_1 a μ_2 na dané hladině významnosti

Závěr: pokusný zásah byl neúčinný, protože nebyla ovlivněna střední hodnota měření provedeného po aplikaci zásahu ($p > 0,05$).

$t > t_{1-\alpha}/2(v)$, statisticky významný rozdíl μ_1 a μ_2 ($\alpha = 0,05$) nebo statisticky vysoce významný rozdíl (při $\alpha = 0,01$)

(zamítám H_0 , tzn. střední hodnota měření před pokusem se liší od střední hodnoty měření po pokusu).

Závěr: pokusný zásah byl účinný, protože způsobil změnu střední hodnoty u měření provedeného po aplikaci pokusného zásahu ve srovnání se střední hodnotou zjištěnou před aplikací zásahu ($p < 0,05$ resp. $p < 0,01$).

T-test dvou výběrový nepárový

Porovnávání dat ze dvou nezávislých výběrů – typicky testovaná a kontrolní skupina

Typická $H_0 : \mu_1 = \mu_2$

Vychází z odhadu μ a σ^2 kontrolního a pokusného souboru

neznáme rozptyl hodnot sledované veličiny

nutno provést F-test $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$F = \frac{(\text{větší z rozptylů } s_1^2, s_2^2)}{(\text{menší z rozptylů } s_1^2, s_2^2)}$$

(Příklad – podání léčiva testované skupině pacientů, kontrolní skupině placebo)

T-test dvou výběrový nepárový

Stanovení stupňů volnosti čitatele i jmenovatele

$$v \text{ (větší)} = n_{(1,2)} - 1$$

$$v \text{ (menší)} = n_{(1,2)} - 1$$

$$F = \frac{\text{(větší z rozptylů } s_1^2, s_2^2)}{\text{(menší z rozptylů } s_1^2, s_2^2)}$$

Pro stanovení kritických hodnot se používají tabulky: Fisher-Snedecorova rozdělení

vyhledáme kritickou hodnotu $F_{\text{krit}} = 1 - \alpha/2$ kvantil F-rozdělení o (vV, vM) stupních volnosti pro zvolenou hladinu významnosti

T-test dvou výběrový nepárový

F- test:

potvrdil, že rozptyly jsou shodné, poté

$$t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{(n_1 - 1) \cdot s_1^2 + (n_2 - 1) \cdot s_2^2}} \cdot \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 - 2)}{n_1 + n_2}}$$

pokud se $n_1 = n_2$ pak

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{\sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2}{n}}} \quad \nu = 2n - 2$$

- F-test nevyšel pozitivně, pak

$$t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} \quad \nu \approx \frac{n_1 + n_2 - 2}{2}$$

Pokud $n_1 = n_2 \Rightarrow \nu = n - 1$

$$t_{krit.}^* = \frac{t_1 \cdot \frac{s_1^2}{n_1} + t_2 \cdot \frac{s_2^2}{n_2}}{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

Závěr

Nulová hypotéza = presumpce nevinny

F-test = srovnání dvou rozptylů ([Fisher Snedecorovo rozdělení](#))

T-test srovnání: ([Studentovo, T-rozdělení](#))

1. střední hodnota s danou hodnotou

2. dvě střední hodnoty ze stejného souboru dat (párový)

3. dvě střední hodnoty z různých souborů (nepárový)
 $\nu = 2n - 2$

$$F = \frac{(s_1^2)}{(s_2^2)}$$

$$t = \frac{|\bar{x} - \mu|}{s \times \sqrt{n}}$$

$$t = \frac{|\bar{x}_1 \times \bar{x}_2|}{s \times \sqrt{n}}$$

$$= \left(\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2}{n}}} \right)$$

ANOVA (analysis of variance; analýza rozptylu)

- Testování hypotéz o středních hodnotách více než dvou výběrů
- Využívá srovnání variability mezi výběry a variability uvnitř výběrů (hodnotí rozptyly)
- Předpoklady: nezávislost měření, normalita dat (Q-Q diagram, Shapirův-Wilkův test, Kolmogorovův-Smirnovův test), alespoň přibližná shoda rozptylů ve skupině
- Př.: Sledování pacienta v několika stádiích onemocnění (II, III, IV)

ANOVA – jednofaktorová (one-way)

- $H_0 : \mu_k = \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$ H_1 : nejméně jedno μ_i je odlišné od ostatních
- Sledujeme účinek jednoho faktoru na zkoumanou proměnnou
- Př. Sledujeme změny váhy u zvířat s různými druhy krmiva (krmivo A, krmivo B a kontrola)
- Testovací kritérium F - zda se průměry ve skupinách odlišují více než na základě přirozeného kolísání
- $F > F_{\text{krit}}$ → zamítám H_0 → testy pro mnohonásobné testování (Tukey-test, Sheffe-test, Student-Neuman-Keuls-test (SNK test), Dunnett-test)

*rozptyl mezi skupinami
rozptyl uvnitř skupin*

- Postup:

1. Průměr v rámci výběru + celkový průměr všech výběrů

2. Celkový součet čtverců (= celková variabilita) $S_T = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$

3. Skupinový součet čtverců (= variabilita mezi skupinovými průměry; variabilita příslušná vlivu sledované proměnné) $S_A = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{y}_i - \bar{y}_{..})^2$

4. Reziduální součet čtverců (= variabilita v rámci skupin) $S_e = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{y}_i)^2$

5. Výběrové odhady $\frac{S_e}{df_e} = \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{n - k}$ a $\frac{S_A}{df_A} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (\bar{y}_i - \bar{y}_{..})^2}{k - 1}$

6. Testová statistika F:

$$F = \frac{\frac{\sum_{i=1}^k n_i (\bar{y}_i - \bar{y}_{..})^2}{k - 1}}{\frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{n - k}} = \frac{S_A / df_A}{S_e / df_e}$$

Tab. 8.2: Fiktivní datový soubor se třemi srovnávanými skupinami.

Léčba	Pozorovaná hodnota	Skupinový průměr	Skupinový průměr minus celkový průměr	Pozorovaná hodnota minus skupinový průměr	Pozorovaná hodnota minus celkový průměr
A	10	12	-4	-2	-6
A	12	12	-4	0	-4
A	14	12	-4	2	-2
B	19	20	4	-1	3
B	20	20	4	0	4
B	21	20	4	1	5
C	14	16	0	-2	-2
C	16	16	0	0	0
C	18	16	0	2	2
Celkový průměr = 16			Součet čtverců = 96	Součet čtverců = 18	Součet čtverců = 114

ANOVA - vícefaktorová

- Sledování více faktorů: vliv krmení a plemene, vliv léku v různých stádiích onemocnění, apod.
- Rozlišujeme: „hlavní efekt“ – přímý efekt faktoru na závisle proměnnou
„interakční efekt“ – spojení dvou nebo více faktorů na závisle proměnnou

Nejjednodušší: ANOVA dvojného třídění (two-way)

- Sledujeme vliv dvou faktorů na závisle proměnnou
 - Faktory: A – plánovitě měníme
B – „rušivý vliv“; snažíme se ho oddělit od A
- > pacienty rozdělíme např. podle úrovně B (dávka antibiotika)
-> pacientům náhodně přiřadit úroveň A (druh antibiotika)
--> sledujeme rozdíly účinku jednotlivých druhů antibiotik podávaných v různých dávkách

Zdroje

<https://www.iba.muni.cz/res/file/ucebnice/pavlik-biostatistika-v2.pdf>

http://user.mendelu.cz/drapela/Statisticke_metody/Prezentace/zakladni/testy.pdf

<https://cit.vfu.cz/statpotr/POTR/Teorie/tabulky.htm#Ftest>

<http://www.fsps.muni.cz/~novotny/Statistika.htm>

<https://cit.vfu.cz/statpotr/POTR/prednasky.htm>

http://user.mendelu.cz/drapela/Statisticke_metody/teorie%20text%20l.pdf

https://k101.unob.cz/~neubauer/pdf/testy_hypotez1.pdf

[Tabulky](#)

Neparametrické testy pro spojitou náhodnou veličinu

- Spojitá náhodná veličina (jakékoli hodnoty v určitém rozmezí)
- Nemusíme znát typ rozdělení
- Často založené na pořadí hodnot (není potřeba mít přesné hodnoty)
- Obecnější ale při srovnání s parametrickými testy mají menší sílu

PŘEHLED TESTŮ

rozdělení	normální	spojité	alternativní / diskrétní
populační parametr (o čem je hypotéza)	populační průměr	populační medián (distribuční funkce)	pravděpodobnost jevu / (ne)závislost / poměr šancí
jeden výběr	jednovýběrový t-test	jednovýběrový Wilcoxonův test znaménkový test	test proporcí
výběr dvojic	párový t-test	párový Wilcoxonův test znaménkový test	McNemarův test
dva nezávislé výběry (třídění na dvě kategorie / závislost na binární proměnné)	dvouvýběrový t-test	Mann-Whitney (dvouvýběrový Wilcoxon) Kolmogorov-Smirnov	Fisherův exaktní test χ^2 -test
k nezávislých výběrů (závislost na kategoriální proměnné)	analýza rozptylu (jednoduché třídění, F-test)	Kruskal-Wallis	Fisherův exaktní test χ^2 -test
závislost na spojité proměnné	lineární regrese	zobecněná lineární regrese (speciální případy) jádrová regrese (kernel smoothing) ...	logistická regrese multinomiální logistická regrese
opakovaná měření	smíšená lineární regrese (mixed models)	smíšená zobecněná lineární regrese	

Wilcoxonův test pro jeden výběr

- Neparametrická alternativa t-testu
- Symetrie rozdělení kolem mediánu
- Získané hodnoty jednoho výběru srovnávány se správnou hodnotou
- $n \geq 6$
- Příklad: Denní energetický příjem srovnáván s doporučenou hodnotou 7725 kJ.
 $H_0: x = 7725$ $H_1: x \neq 7725$ (x ... medián – chybí vlnka)

Tabulka 7.3 Denní energetický příjem skupiny 11 žen ve věku 22 – 30 let.

Žena	Denní energetický příjem v kJ	Diference od hodnoty 7725 kJ	Pořadí absolutní hodnoty diference
1	5260	-2465	11
2	5470	-2255	10
3	5640	-2085	9
4	6180	-1545	8
5	6390	-1335	7
6	6515	-1210	6
7	6805	-920	4
8	7515	-210	1,5
9	7515	-210	1,5
10	8230	505	3
11	8770	1045	5

1. Diference od hodnoty, se kterou srovnáváme ($x_1 - x_0$)
2. Určení pořadí absolutních hodnot (stejným hodnotám přiřazujeme průměrnou hodnotu)
3. Součet kladných pořadí, součet záporných pořadí

$$S^+ = 8; \quad S^- = 58 \quad \rightarrow \min(S^+, S^-) = \mathbf{8} \quad w_{11}(0,05) = \mathbf{10} \quad \rightarrow \quad 8 < 10 \quad \rightarrow \underline{\text{zamítám } H_0}$$

Párový Wilcoxonův test

- Podobný jako W. test pro jeden výběr
 - Párová data jsou na sobě závislá (2 měření na jednom subjektu)
 - Např. stav pacienta před léčbou a po léčbě, míra stisku pravé a levé ruky
1. Dva výběry -> difference mezi párovými hodnotami -> seřadit vzestupně -> pořadí (nulové hodnoty vyřadíme)
 2. Postup jako W. test pro jeden výběr

Wilcoxonův test pro dva výběry (Mann-Whitney test)

- Obdoba testu shodnosti středních hodnot dvou výběrů (X_1, X_2)
- Ne střední hodnoty ale rozložení funkce $\rightarrow H_0: F(x) = F(y) \quad H_1: F(x) \neq F(y)$
- 1. Prvky z obou souborů seřadit do neklesající posloupnosti \rightarrow součet pořadí X_1 a X_2 (označit T_1, T_2)

2. Výpočet statistiky:

$$U_1 = T_1 - \frac{N_1(N_1 + 1)}{2} \quad U_2 = T_2 - \frac{N_2(N_2 + 1)}{2}$$

3. Menší číslo porovnááme s kritickou hodnotou ($U_{\min} \leq w(N_1, N_2; 0,05) \rightarrow$ zamítám H_0)

- Příklad: Pole hnojené 2 různými způsoby (výnos v tunách na hektar)

X_1 : 5.7, 5.5, 4.3, 5.9, 5.2, 5.6, 5.8, 5.1

X_2 : 5.0, 4.5, 4.2, 5.4, 4.4

4.20	4.30	4.40	4.50	5.00	5.10	5.20	5.40	5.50	5.60	5.70	5.80	5.90
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

$T_1 = 70 \quad U_1 = 34$

$T_2 = 21 \quad U_2 = 6$

$\rightarrow w(5, 8; 0,05) = 6 \rightarrow 6 = 6 \rightarrow$ zamítám H_0

Kruskallův-Wallisův test (neparametrická alternativa ANOVA)

- Zobecnění M.-W. testu pro více než 2 srovnávané skupiny

$$H_0: F_1(x) = F_2(x) = \dots = F_k(x)$$

H_1 : nejméně jedna F_i je odlišná od ostatních

- Prvky z všech souborů seřadit do neklesající posloupnosti

-> součet pořadí X_1, X_2, \dots, X_k (označit T_1, T_2, \dots, T_k)

- Výpočet statistiky:
$$KW = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{i=1}^k \frac{T_i^2}{n_i} - 3 \cdot (n+1)$$

- $KW > \chi^2_{\alpha(k-1)}$ -> zamítám H_0

- Pokud jsou shodné hodnoty v pořadí -> průměrné hodnoty pořadí

-> korekční faktor K

-> opravný výpočet: $KW_{opr} = KW/K$

$$K = 1 - \frac{\sum_{i=1}^p (t_i^3 - t_i)}{n^3 - n} \quad (p \dots \text{počet tříd se stejným pořadím, } t_i \dots \text{počet pořadí v } i\text{-té třídě})$$

- Pokud zamítám H_0 -> neparametrické metody mnohonásobného porovnávání (Neményiho nebo Dunnova metoda)

Příklad

V polním pokusu byly ověřovány čtyři varianty hnojení silážní kukuřice rozdílnou dávkou NPK v hnojivech, označené jako H_1 až H_4 . Každá varianta byla ověřována na 8 parcelách s výnosem sklizené hmoty v tunách z parcely, uvedeným v tabulce dat. Ověřte, zda se výnosy u jednotlivých variant hnojení průkazně liší.

H_0 : výnosy jednotlivých variant jsou shodné

H_1 : výnosy jednotlivých variant jsou rozdílné

Varianta	Výnos kukuřice v t z parcely číslo								Součet T_i
	1	2	3	4	5	6	7	8	
H_1	1,29	1,19	1,23	1,33	1,27	1,29	1,31	1,20	
pořadí	23,5	8,5	15	28,5	20	23,5	27	11,5	157,5
H_2	1,30	1,33	1,29	1,37	1,35	1,25	1,38	1,29	
pořadí	26	28,5	23,5	31	30	18,5	32	23,5	213
H_3	1,20	1,24	1,25	1,24	1,20	1,21	1,28	1,17	
pořadí	11,5	16,5	18,5	16,5	11,5	14	21	7	116,5
H_4	1,03	1,14	1,09	1,20	1,07	1,19	1,01	1,05	
pořadí	2	6	5	11,5	4	8,5	1	3	41

$$KW = \frac{12}{32 \cdot 33} \left(\frac{157,5^2}{8} + \frac{213^2}{8} + \frac{116,5^2}{8} + \frac{41^2}{8} \right) - 3 \cdot 33 = 22,3473$$

Vzhledem k výskytu stejných údajů (bylo použito průměrné pořadí) je vhodné opravit testové kritérium korekčním faktorem:

$$K = 1 - \frac{(2^3 - 2) + (4^3 - 4) + (2^3 - 2) + (2^3 - 2) + (4^3 - 4) + (2^3 - 2)}{32^3 - 32} = 0,9956$$

$$KW_{\text{opr.}} = \frac{22,3473}{0,9956} = 22,446 \quad \chi_{0,05(3)}^2 = 7,815 \quad \chi_{0,01(3)}^2 = 11,34$$

Opravené testové kritérium $KW = 22,446 > \chi^2 \Rightarrow$ na hladině významnosti $\alpha = 0,05$ i $0,01$ přijímáme alternativní hypotézu, podle které se průkazně liší hodnoty výnosu nejméně ve 2 třídách.

Znaménkový test

- Zjednodušený Wilcoxonův test pro dva závislé výběry (párový test)
- Spojité binomické rozdělení
- $n \geq 20$
- Často pro orientační hodnocení (sledovanou veličinu nedokážeme přesně změřit)
- Př. Účinek jedné terapie nad druhou, výskyt proměnné, pravolevost
- 3 případy:
 - $A > B$ "+" (terapie A je účinnější než B, A se vyskytlo a B ne)
 - $A < B$ "-" (terapie A je méně účinná než B, B se vyskytlo a A ne)
 - $A = B$ vyřadíme (terapie A je stejně účinná jako B, současný výskyt či nepřítomnost A i B)
- Postup:

Vyhodnotit, co je + a - -> sečíst + a - (= m_+ , m_-) -> nižší hodnota porovnána s kritickou hodnotou -> $m \leq m_{\text{krit}}(n; 0,05)$ -> zamítám H_0

• Př. Moč 15 pacientů – Furantoin x Penicilin – zkoumáme počet bakterií

1. Rozdíly: 13x – méně bakterií u F než u P -> F < P
 1x – více bakterií u F než u P -> F > P
 1x – nelze rozhodnout -> F = P (vylučujeme)

2. Součet + a -: $m_- = 13$ $m_+ = 1$ -> n = 14

3. Testovací kritérium: $m = \min(13, 1) = 1$

4. $m_{\text{krit}}(14; 0,05) = 2$ -> $m < m_{\text{krit}}$ -> zamítám H_0

5. Prokázán statisticky významný rozdíl ($p < 0,05$) v účinnosti Furantoinu a Penicilinu na růst bakterií ve vzorcích moči pacientů.

Soubor Domů **Statistiky**

Data mining

Grafy

Nový Otevřít Uložit Projekt

Přidat do sešitu

Přidat do protokolu

Přidat do Wordu

Přidat do Workspace

Panel analýz

Makro

Vítá vás STATISTICA

Co byste chtěli udělat nejdříve?

- Otevřít dat. soubor STATISTICA
- Otevřít sešit Excelu
- Vytvořit dotaz k externí databázi
- Otevřít protokol
- Otevřít pracovní sešit
- Otevřít makro
- Otevřít skript R
- Otevřít projekt Data Mineru
- Otevřít projekt STATISTICA
- Otevřít STATISTICA Workspace
- Otevřít elektronickou příručku
- Spustit video

STATISTICA Data Miner

Naposledy otevřené soubory

Dohromady + statistika.xlsx
Dohromady.xlsx
Dohromady2.xlsx

 Příště tento dialog nezobrazovat

OK

Zavřít

Data: Tabulka1 (10s krát 10ř)

	1 Prom1	2 Prom2	3 Prom3	4 Prom4	5 Prom5	6 Prom6
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						



Soubor Domů Úpravit Zobražit Formát Statistika Data mining Grafy Nástroje Data Feature Find

Základní statistiky Vícenásobná regrese ANOVA Neparametrické statistiky Prokládání rozdělení Rozdělení a simulace

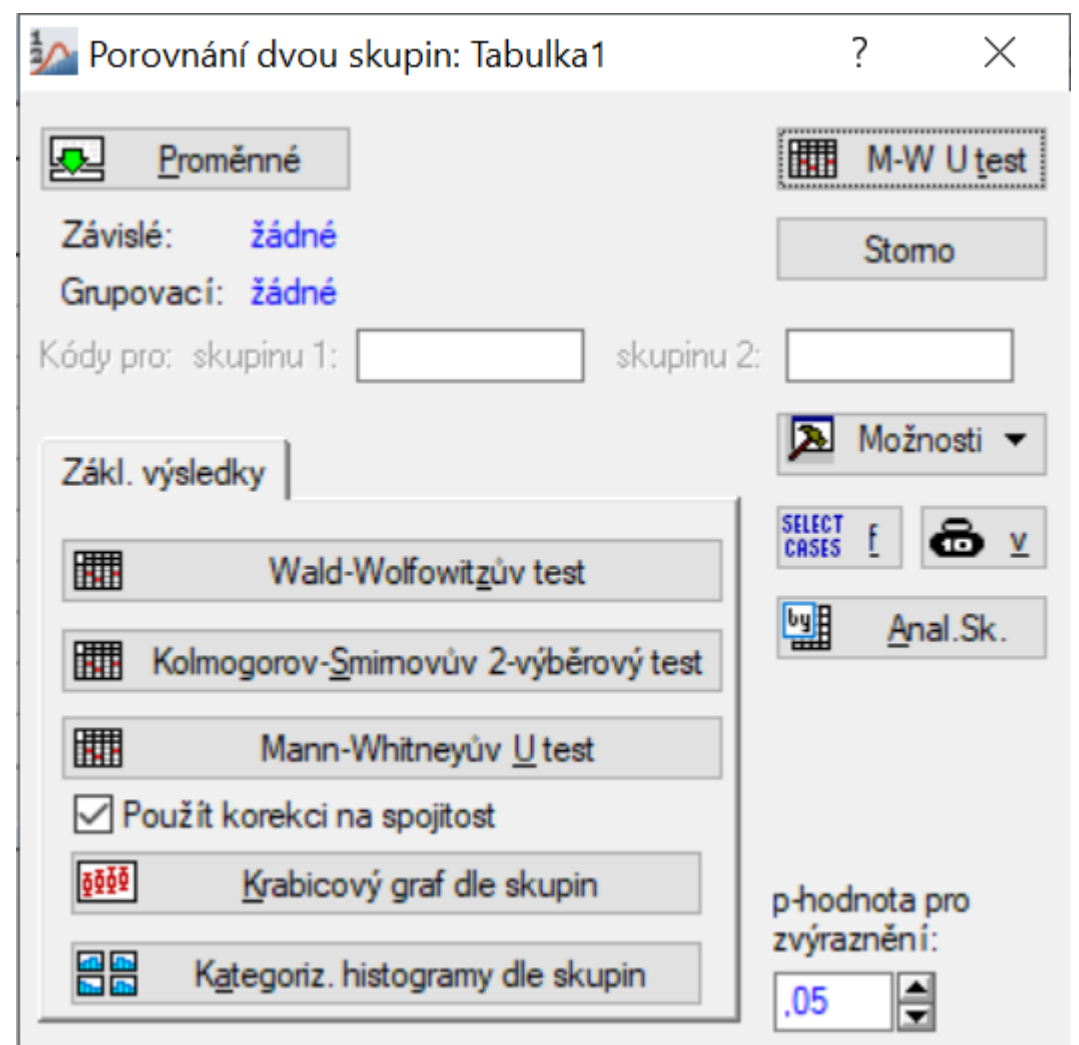
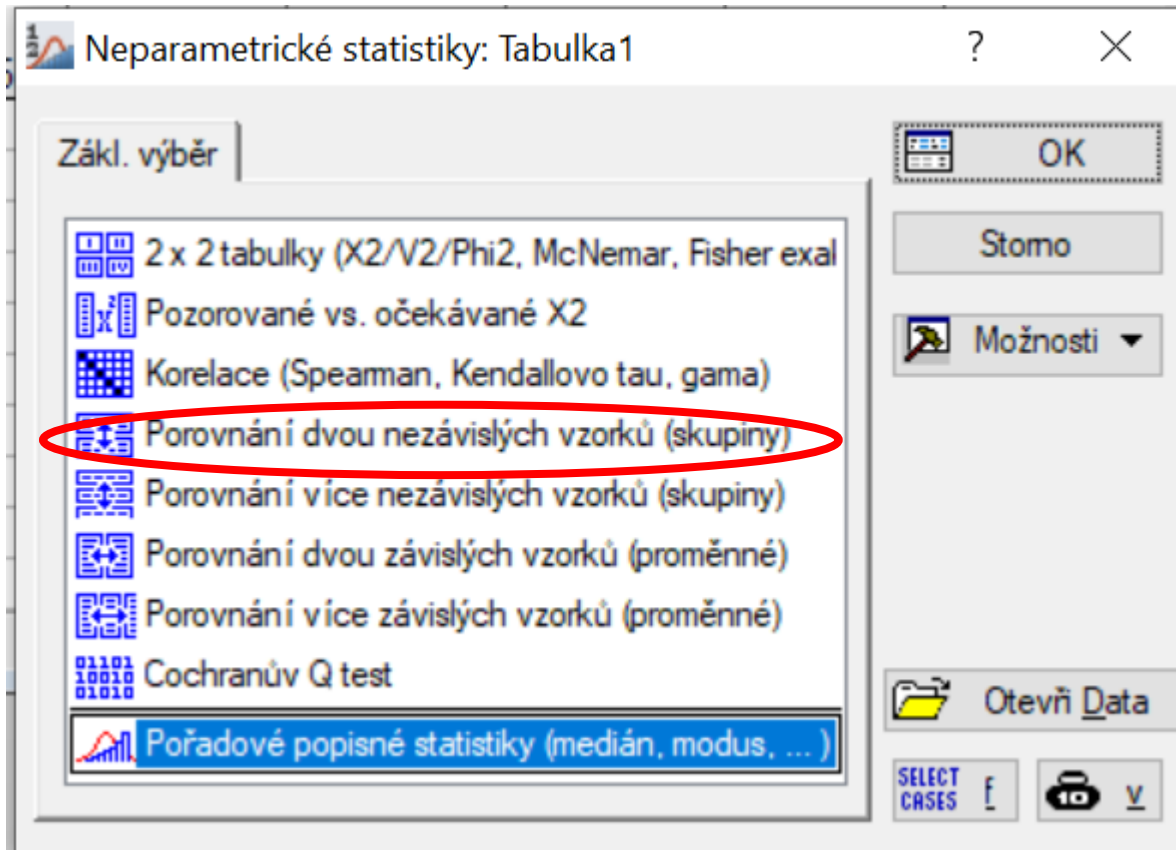
Pokročilé modely Neuron. sítě Diagramy řízení kvality Analýza procesu STATISTICA VB
Více./průzkumné PLS, PCA, ... Multivariate DOE Dávková analýza (dle skupin)
Analýza síly testu VEPAC Predictive Six Sigma Kalkulátory Statistika bloku dat

Základ Pokročilé/Vícerozměrné Průmyslová statistika Nástroje

Data: Tabulka1 (10s krát 10ř)

	1 Prom1	2 Prom2	3 Prom3	4 Prom4	5 Prom5	6 Prom6	7 Prom7	8 Prom8	9 Prom9	10 Prom10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										





Zdroje:

- <https://portal.matematickabiologie.cz/index.php?pg=aplikovana-analyza-klinickyh-a-biologickyh-dat--analyza-a-management-dat-pro-zdravotnicke-obory--testovani-hypotez-o-kvantitativnich-promennych>
- http://ach.upol.cz/user-files/intranet/08-neparametricketesty-2012-1347562623.pdf?fbclid=IwAR1ddEa32MO4n5ge6LVMwGD6uWVedTpph9E9MLWrapvR1KhtQ8FsMG_JKlc
- https://math.feld.cvut.cz/ftp/prucha/ubmi/predn/u15.pdf?fbclid=IwAR2KOU6Rk6ddXL9KbszBQh_NRqxquHEMD0jMiiCGxbiT2qjUhiZy6nHPVjk
- <http://www.biostatisticka.cz/wp-content/seminar/Motol-lekce5.pdf>
- <https://www.iba.muni.cz/res/file/ucebnice/pavlik-biostatistika-v2.pdf>
- https://sms.nipax.cz/media/planovani_experimentu:ppe_5.pdf
- https://wikisofia.cz/wiki/Znam%C3%A9nkov%C3%BD_test
- <https://cit.vfu.cz/statpotr/POTR/Teorie/Predn4/znamenko.htm>

Děkujeme za pozornost!