

## Fyzikální praktikum 2

### 7. Odraz a lom světla. Fresnelovy vztahy, Snellův zákon.

#### Úkoly k měření

##### Povinná část

- Změřte závislost odrazivosti v S a P polarizaci na dielektriku.
- Z Brewsterova úhlu určete index lomu a porovnejte naměřené závislosti s vypočtenými.

##### Varianty povinně volitelné části

- A. Průchod světla planparalelní deskou.
- B. Průchod světla hranolem.

#### Povinná část

##### Úvod

Chování elektromagnetické světelné vlny při odrazu na rozhraní dvou neabsorbujících prostředí zjistíme z Maxwellových rovnic [1, 2]. Situace je znázorněna na obr. 1. Rovina dopadu je definována dopadajícím paprskem světla a kolmicí k uvažovanému rozhraní dvou dielektrických prostředí.  $\bar{A}$  a  $\bar{R}$  jsou amplitudy dopadající a odražené vlny, přičemž  $p$  a  $s$  jsou složky amplitudy lineárně polarizovaného světla rovnoběžné s rovinou dopadu resp. kolmé k této rovině. Symbolem  $n_0$  je označen index lomu okolního prostředí (vzduch),  $n$  je index lomu měřeného dielektrika. Řešením vlnové rovnice dostáváme pro odraženou vlnu Fresnelovy amplitudy  $r_p$  a  $r_s$  ( $r_p = \bar{R}_p/\bar{A}_p$ ,  $r_s = \bar{R}_s/\bar{A}_s$ ;  $\bar{R}_s$  a  $\bar{A}_s$  jsou kolmé k rovině nákresu obrázku), které jsou dány vztahy

$$r_p = \frac{\tan(\varphi_0 - \varphi_1)}{\tan(\varphi_0 + \varphi_1)} \quad r_s = -\frac{\sin(\varphi_0 - \varphi_1)}{\sin(\varphi_0 + \varphi_1)} \quad (1)$$

kde úhel  $\varphi_0$  je úhel dopadu světelného paprsku na rozhraní a  $\varphi_1$  označuje úhel lomu. Tyto úhly souvisí prostřednictvím Snellova zákona

$$n_0 \sin \varphi_0 = n_1 \sin \varphi_1. \quad (2)$$

Na základě Snellova zákona (2) je možné vztahy (1) přepsat do tvaru

$$r_p = \frac{n \cos \varphi_0 - n_0 \cos \varphi_1}{n \cos \varphi_0 + n_0 \cos \varphi_1} \quad r_s = \frac{n_0 \cos \varphi_0 - n \cos \varphi_1}{n_0 \cos \varphi_0 + n \cos \varphi_1}. \quad (3)$$

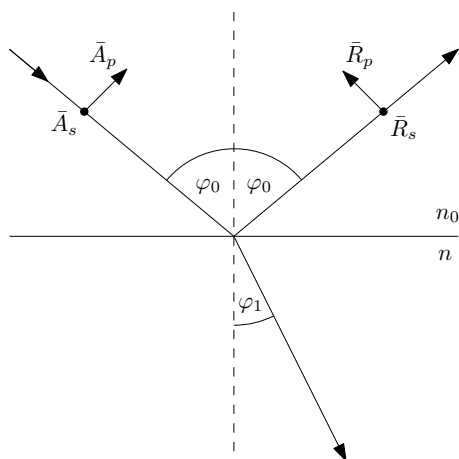
Z této dvojice vztahů je zřejmé, že amplitudy jsou závislé na úhlu dopadu  $\varphi_0$  světelného paprsku a na indexech lomu obou prostředí. Rozbor vztahů (1) ukazuje, že amplituda  $r_s < 0$  pro všechny úhly dopadu, zatímco  $r_p > 0$  pro  $\varphi < \varphi_B$  a  $r_p < 0$  pro  $\varphi > \varphi_B$ , kde  $\varphi_B$  je tzv. polarizační (Brewsterův) úhel, pro nějž je  $r_p = 0$ . Tento fakt je významný pro optickou praxi. V tomto případě se totiž odráží pouze s-složka lineárně polarizovaného světla. To platí i pro odraz přirozeného světla a proto lze odrazem na povrchu dielektrického zrcadla při polarizačním úhlu dosáhnout lineárně polarizované vlny. Je-li  $r_p = 0$ , pak jmenovatel v prvním vztahu (1) roste do nekonečna, tedy  $\varphi_0 + \varphi_1 = \pi/2$ ; paprsek odražený a lomený jsou navzájem kolmé. Ze vztahu (3) pro  $r_p = 0$ , dostáváme matematický zápis Brewsterova zákona

$$\tan \varphi_B = n, \quad (4)$$

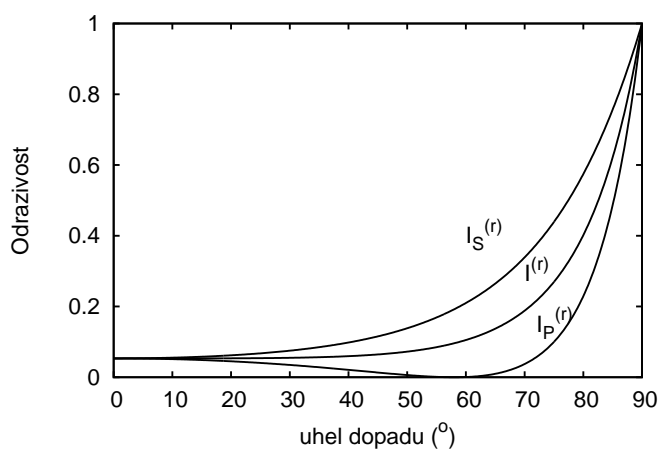
pokud  $n_0 = 1$ .

Je-li intenzita složek dopadajícího světla  $I_p^0$  a  $I_s^0$  a intenzita odraženého světla pro obě složky  $I_p^R$  a  $I_s^R$ , pak definujeme odrazivosti  $R_p$  a  $R_s$  jako

$$R_p = \frac{I_p^R}{I_p^0} \quad R_s = \frac{I_s^R}{I_s^0}. \quad (5)$$



Obrázek 1: Rozklad amplitudy elektromagnetické vlny do s- a p- polarizace při odrazu na rozhraní.



Obrázek 2: Závislost odrazivosti s-polarizované ( $I_S^{(r)}$ ) a p-polarizované ( $I_P^{(r)}$ ) vlny na úhlu odrazu podle Fresnelových vztahů na prostředí s indexem lomu  $n = 1,6$ . Odrazivost nepolarizovaného světla ( $I^{(r)}$ ).

Odrazivosti jsou pak dány vztahy

$$R_p = r_p^2 \quad R_s = r_s^2. \quad (6)$$

Závislosti  $R_p$  a  $R_s$  na úhlu dopadu mají odlišný charakter (viz obr. 2). Veličina  $R_s$  monotonně roste s rostoucí hodnotou  $\varphi_0$ , a při úhlu dopadu 90 stupňů je rovná jedné. Intenzita  $I_p^R$  s rostoucí hodnotou úhlu dopadu nejprve klesá k nule, při  $\varphi_0 = \varphi_B$  je  $I_p^R = 0$  a pro  $\varphi_0 > \varphi_B$  opět rychle roste: pro 90 stupňů je opět  $I_p^R = 1$ . Intenzita přirozeného světla odraženého na rozhraní dvou neabsorbujících prostředí je dána vztahem

$$I^R = I_p^R/2 + I_s^R/2. \quad (7)$$

Z odrazivostí  $R_p$  a  $R_s$  jsme také schopni stanovit hodnoty indexu lomu měřeného dielektrika. Výrazy  $\pm\sqrt{R_p}$  a  $\pm\sqrt{R_s}$  odpovídají pravé straně vztahů (3), přičemž znaménko plus nebo minus před odmocninou je dáno v každém konkrétním případě fyzikální podstatou problému. Za předpokladu, že se měření provádí ve vzduchu, platí  $n_0 = 1$  a můžeme např. z prvního vztahu (3) vypočítat  $\cos\varphi_1$  a dosadit jej do druhého vztahu (3). Jednoduchou úpravou pak dostaneme za předpokladu, že provádíme měření na skle, následující vztahy pro hledaný index lomu skla: pro úhly dopadu  $\varphi_0 < \varphi_B$  platí

$$n = \sqrt{\frac{(1 + \sqrt{R_s})(1 + \sqrt{R_p})}{(1 - \sqrt{R_s})(1 - \sqrt{R_p})}}, \quad (8)$$

pro případ  $\varphi_0 > \varphi_B$  pak

$$n = \sqrt{\frac{(1 + \sqrt{R_s})(1 - \sqrt{R_p})}{(1 - \sqrt{R_s})(1 + \sqrt{R_p})}}. \quad (9)$$

Tento postup v sobě skrývá určitou potíž spočívající v tom, že výpočet indexu lomu je v tomto případě založen na znalosti absolutních hodnot odrazivosti p- a s- složky lineárně polarizovaného světla.

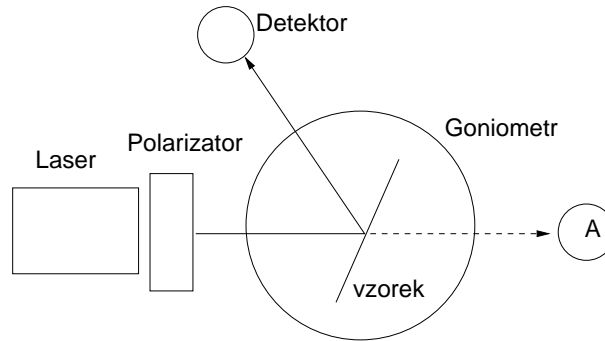
## Postup měření

Smyslem této úlohy je zjistit průběh křivek  $R_p = f(\varphi_0)$  a  $R_s = f(\varphi_0)$  pro danou neabsorbující látku a využitím vztahu (4) určit pro použitou vlnovou délku světla index lomu dané látky. Principiální uspořádání experimentu je uvedeno na obr.: úzký svazek paprsků vycházející z laseru (L) prochází polarizátorem (P). Zde se světlo lineárně polarizuje a otáčením polarizátoru lze docílit toho, že kmitová rovina je rovnoběžná (kolmá) s rovinou dopadu, což odpovídá p- (s-) složce amplitudy dopadajícího světla. Po odrazu světla na měřeném vzorku umístěném na stolečku (G) goniometru svazek světla dopadá na detektor (D) spojený s měřicím přístrojem. Otáčením stolečku se vzorkem kolem jeho svislé osy měníme úhel dopadu světelného svazku a odečítáme signál na měřicím přístroji detektoru. Chceme-li určit úhlovou závislost odrazivosti  $R_p$  a  $R_s$ , je třeba před začátkem měření odstranit ze stolečku měřený vzorek a v místě označeném (A) detektorem stanovit celkovou intenzitu svazku. Intenzity odraženého světla  $I_p^R$ ,  $I_s^R$  pak vyjádříme jako příslušnou část této intenzity, tedy

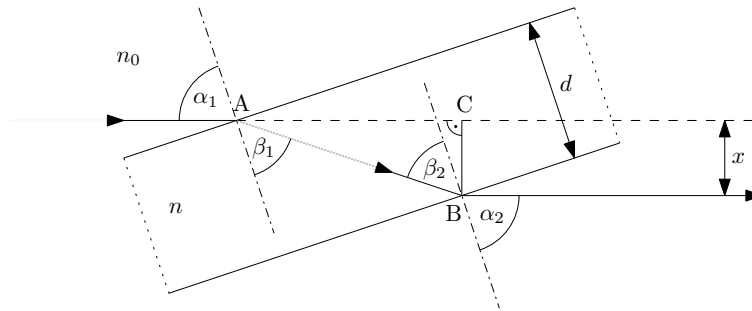
$$R_p = \frac{I_p^R}{I_p^0} \quad R_s = \frac{I_s^R}{I_s^0}. \quad (10)$$

## Úkoly

1. Stanovte úhlové závislosti signálu detektoru, resp. odrazivosti  $R_p$ ,  $R_s$  lineárně polarizovaného světla pro danou látku.
2. Určete hodnotu Brewsterova úhlu daného dielektrického zrcadla.



Obrázek 3: Experimentální uspořádání pro měření úhlové závislosti odrazivosti dielektrika. A – referenční pozice pro měření signálu bez vzorku.



Obrázek 4: Průchod světla planparalelní deskou.

3. Stanovte ze vztahu (4) hodnotu indexu lomu dané látky.
4. Pro tři úhly dopadu stanovte index lomu destičky ze vztahu (8), případně (9). Výsledek porovnejte s předchozím výpočtem.
5. Vypočítejte a znázorněte průběh signálu detektoru (odrazivosti) přirozeného světla ze vztahu (7).
6. Sestrojte grafy závislostí  $R_p$  a  $R_s$  na úhlu dopadu a porovnejte s teoretickou závislostí podle vztahů (1) nebo (3).

## Varianta A: Průchod světla planparalelní deskou

### Teorie

V této části odvodíme závislost posuvu vystupujícího a vstupujícího paprsku na úhlu dopadu  $\alpha$ , tloušťce desky  $d$  a indexu lomu skla  $n$ . Planparalelní deska je v prostředí s indexem lomu  $n_0$ . Situace je znázorněna na obrázku: Protože obě rozhraní jsou rovnoběžná, je úhel dopadu  $\alpha_1$  na první rozhraní roven úhlu lomu  $\alpha_2$  na druhém rozhraní,  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ , a úhel lomu  $\beta_1$  na prvním rozhraní je roven úhlu dopadu  $\beta_2$  na druhém rozhraní,  $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ . Zákon lomu na prvním rozhraní je

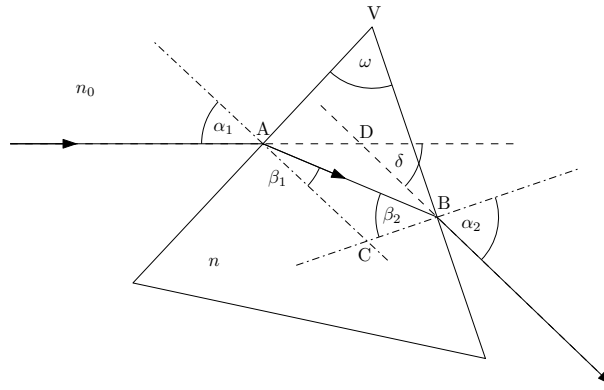
$$n_0 \sin \alpha = n \sin \beta \quad (11)$$

a na druhém rozhraní

$$n \sin \beta = n_0 \sin \alpha \quad (12)$$

Délka dráhy paprsku  $AB$  v planparalelní desce je

$$|AB| = \frac{d}{\cos \beta}. \quad (13)$$



Obrázek 5: Průchod parsku světla hranolem.

Odchylka  $x$  vstupujícího a vystupujícího paprsku je

$$x = |BC| = |AB| \sin(\alpha - \beta) \quad (14)$$

Úpravou a použitím vztahů

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta}, \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta, \quad (15)$$

obdržíme z (11)–(13) vztah pro odchylku paprsků,

$$x = \left( 1 - \frac{n_0 \cos \alpha}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 \alpha}} \right) d \sin \alpha \quad (16)$$

Z tohoto vztahu můžeme určit index lomu skla za předpokladu, že  $\alpha \neq 0$ :

$$n = n_0 \sqrt{\sin^2 \alpha + \left( 1 - \frac{x}{d \sin \alpha} \right)^{-2} \cos^2 \alpha} \quad (17)$$

Experimentální uspořádání je společné s variantou B – průchod světla hranolem.

## Úkoly

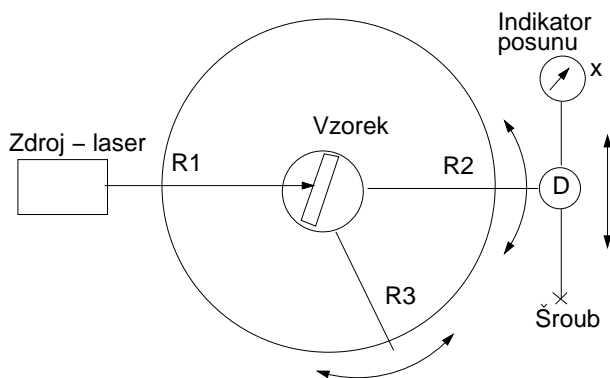
1. Proveďte justaci přístroje a určete závislost posuvu vystupujícího paprsku z planparalelní desky na úhlu dopadu. Naměřte asi 10 hodnot dvojic  $x$  a  $\alpha$ .
2. Z naměřené závislosti určete pomocí vztahu (17) index lomu desky. Tloušťku planparalelní desky  $d$  určete pomocí posuvného měřítka nebo mikrometru.
3. Vyneste naměřenou závislost posuvu na úhlu dopadu do grafu a porovnejte s teoretickou závislostí podle vztahu (16).

## Varianta B: Průchod světla hranolem

### Teorie

V této části odvodíme závislost úhlové odchylky  $\delta$  vystupujícího paprsku na úhlu dopadu  $\alpha_1 = \alpha$ , lámavého úhlu  $\omega$ , který svírají stěny hranolu jimiž vstupují a vystupují paprsky a na indexu lomu skla  $n$ . Zákon lomu na prvním rozhraní je

$$n_0 \sin \alpha = n \sin \beta_1 \quad (18)$$



Obrázek 6: Experimentální uspořádání pro měření průchodu světla planparalelní deskou a hranolem.

a na druhém rozhraní

$$n \sin \beta_2 = n_0 \sin \alpha_2 \quad (19)$$

Deviace  $\delta$  je vnější úhel v trojúhelníku ABD při vrcholu D,

$$\delta = (\alpha - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2) \quad (20)$$

Lámaný úhel  $\omega$  je vnějším úhlem při vrcholu C v trojúhelníku ABC, neboť strana AC je kolmá k prvnímu rozhraní AV a strana AC je kolmá k druhému rozhraní BV:

$$\omega = \beta_1 + \beta_2. \quad (21)$$

Deviace  $\delta$  je z (20) a (21) rovna  $\delta = \alpha + \omega + \alpha_2$ . Vyjádříme-li  $\alpha_2$  ze vztahů (19), (21) a (18), obdržíme závislost deviace na úhlu dopadu  $\alpha$  ve tvaru

$$\delta = \alpha - \omega + \arcsin \left[ \sin \omega \sqrt{\left(\frac{n}{n_0}\right)^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \omega \sin \alpha \right] \quad (22)$$

Poznamenejme, že tato závislost má minimum  $\delta_m$  pro takový úhel dopadu, kdy paprsky vstupující a vystupující leží symetricky vzhledem k rovině půlící lámavý úhel hranolu. Pak platí

$$n = \frac{\sin([\delta_m + \omega]/2)}{\sin(\omega/2)}. \quad (23)$$

Tento případ se používá k měření indexu lomu metodou minimální deviace a je popsán v úloze 9.

## Popis experimentu

Pro měření úhlu dopadu deviace a posuvu  $x$  použijeme goniometru, jehož schéma je na obrázku 6. Goniometr obsahuje kruhovou stupnici ST, po které se pohybují tři ramena: R1 se zdrojem, kterým je laserová dioda, R2 s detektorem tvořeným Si fotodiodou a R3 se stolečkem umístěným ve středu kruhu. Na stolek klademe zkoumanou planparalelní desku nebo hranol. Detektorem lze posunovat šroubem Š ve směru  $x$  kolmo na rameno R2. Posuv se měří číselníkovým úchylkoměrem I. Úhel dopadu  $\alpha$  určujeme z polohy ramen R1 a R3, úhel deviace  $\delta$  z polohy ramen R1 a R2. Před měřením je třeba nastavit stolek S tak, aby paprsek dopadal kolmo na měřenou planparalelní desku nebo hranol. Dosáhne se toho pomocí tří stavících šroubů pod stolečkem S. Kolmost dopadajícího paprsku na lámavou plochu poznáme podle chodu odraženého paprsku: oba paprsky musí mít totožnou dráhu – sledujeme stopu odraženého paprsku u výstupního otvoru zdroje Z. Lámaný úhel použitého hranolu je  $60^\circ$ .

Úhel dopadu měňte otáčením stolečku S ramenem R3. Správnou polohu detektoru poznáte podle maximální hodnoty fotoproudu, který měříte digitálním ampermetrem M (na rozsahu  $200 \mu\text{A}$ ).

**POZOR! ZÁŘENÍ LASERU JE NEBEZPEČNÉ PRO OKO!!**

## Úkoly

1. Proveďte justaci hranolu a naměřte závislost deviace  $\delta$  na úhlu dopadu  $\alpha$ .
2. Z minima deviace určete index lomu hranolu pomocí vztahu (23).
3. Vyneste naměřenou závislost deviace na úhlu dopadu a porovnejte se závislostí podle vztahu (22).

## Literatura:

- [1] A. Vašíček, *Optika tenkých vrstev*, NČSAV Praha 1956.
- [2] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands: *Feynmanovy přednášky z fyziky s řešenými příklady 2/3*, Fragment (2006).
- [3] A. Kučírková, K. Navrátil, *Fyzikální měření I*, SPN Praha 1986.