

## Fyzikální praktikum 2

# 11. Interference a difrakce světla

### Úkoly k měření

#### Povinná část

- Měření tloušťky tenké vrstvy Tolanského metodou.

#### Varianty povinně volitelné části

- A. Newtonova skla.
- B. Difrakce světla na mřížce.

### Povinná část

#### Úvod

Jednou z nejužívanějších metod měření tloušťky tenkých vrstev (tloušťka  $t = 10^1 - 10^2$  nm) je interferometrická metoda podle Tolanského [1], která se v současné době častěji nazývá Fizeauova metoda (Fizeauovy interferenční proužky stejné tloušťky).

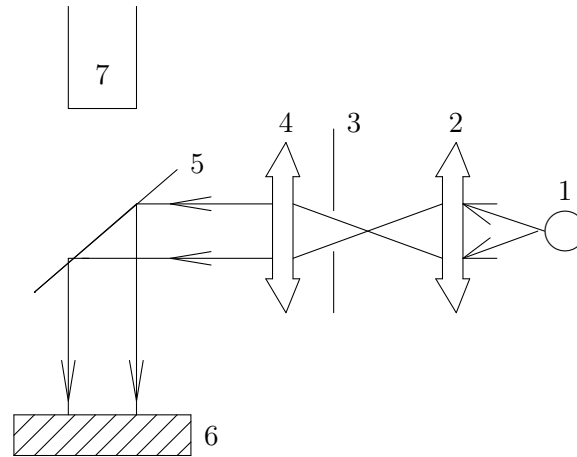
#### Uspořádání experimentu

Metoda je založena na vícepraskové interferenci světla na vzduchové mezeře vytvořené mezi měřeným vzorkem a polopropustným zrcadlem. Měřený vzorek je připraven tak, že na části podložky je měřená vrstva odstraněna (např. vrypem). Tento systém se pokryje nepropustnou vrstvou kovu s vysokou odrazivostí (např. Al, Ag). Předpokládá se, že krycí vrstva dokonale reprodukuje vryp. Mezi takto připraveným vzorkem a polopropustným zrcadlem se citlivým mechanismem vytvoří vzduchová klínová mezera s malým úhlem klínu. Celý tento systém se pak osvětlí monochromatickým světlem o vlnové délce  $\lambda$ .

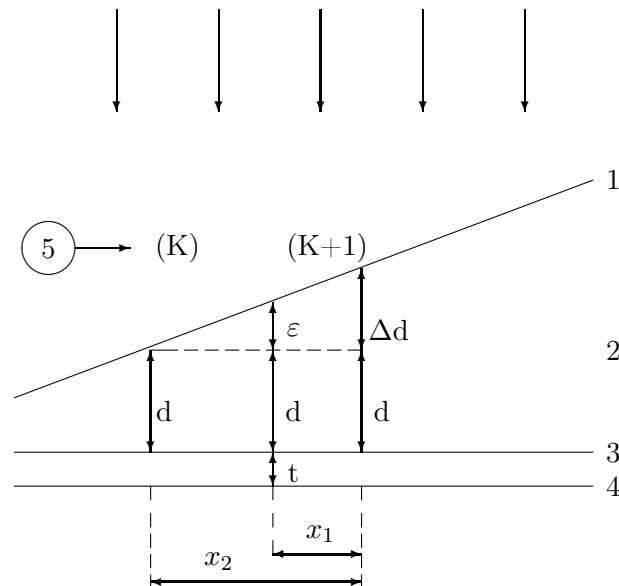
Principiální uspořádání experimentu je na obr. 1.

#### Teoretická podstata metody

Vznik interferenčních proužků na klínové vzduchové mezeře je schematicky znázorněn na obr. 2. Na systém znázorněný na tomto obrázku dopadá téměř kolmo rovnoběžný svazek paprsků monochromatického světla. V důsledku interference na vzduchové mezeře se v zorném poli mikroskopu objeví systém rovnoběžných tmavých proužků v těch místech, kde je splněna podmínka minima interference.



Obrázek 1: Principiální uspořádání experimentu. (1) je zdroj monochromatického světla, (2) kondenzor, (3) clona, (4) kolimátor, (5) dělící kostka, (6) vzorek a (7) objektiv mikroskopu.



Obrázek 2: Vznik interferenčních proužků na klínové vzduchové mezeře. (1) je polopropustné zrcadlo, (2) vzduchová mezera (index lomu  $n = 1$ ), (3) horní plocha vrypu, (4) spodní plocha vrypu, (5) interferenční řád.

Pro vrstvu bez vrypu platí

$$2d = K \lambda \quad (1a)$$

$$2(d + \Delta d) = (K + 1) \lambda. \quad (1b)$$

Z toho vyplývá

$$\Delta d = \frac{\lambda}{2}, \quad (2)$$

kde  $K$  je interferenční řád.

Pro vrstvu s vrypem platí

$$2(d + \Delta d) = (K + 1)\lambda \quad (3a)$$

$$2(d + \varepsilon + t) = (K + 1)\lambda. \quad (3b)$$

Z toho vyplývá

$$t = \Delta d - \varepsilon, \quad (4)$$

kde  $t$  je tloušťka vrstvy, kterou máme stanovit.

Z podobnosti trojúhelníků na obr. 2 vyplývá

$$\frac{\varepsilon}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta d}{x_2} \quad \longrightarrow \quad \varepsilon = \Delta d \frac{x_2 - x_1}{x_2}. \quad (5)$$

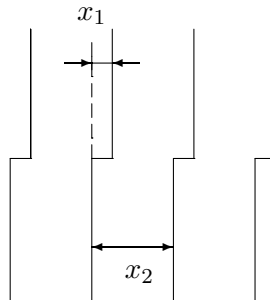
Po dosazení a úpravě pak

$$t = \frac{x_1}{x_2} \frac{\lambda}{2}. \quad (6)$$

Poznámka: Určení parametru  $t$  je jednoznačné pouze pro případ  $t < \lambda/2$ . Je-li  $t > \lambda/2$  je úloha nejednoznačná a měření je třeba provádět pro dvě vlnové délky.

## Postup měření

Návod k obsluze mikroskopu bude k dispozici u úlohy. V zorném poli mikroskopu se objeví systém interferenčních proužků (obr. 3), kde úseky  $x_1$  a  $x_2$  jsou jednoduše měřitelné například odečítacím okulárem.



Obrázek 3: Schéma obrazu v mikroskopu.

Přesnost uvedené metody je  $\pm(1-3)$  nm a závisí zejména na

1. odrazivostech polopropustného zrcadla a krycí vrstvy. Požaduje se poměrně vysoká odrazivost obou, přičemž odrazivost krycí vrstvy musí být vyšší než odrazivost zrcadla, abychom dosáhli dobrého kontrastu interferenčních proužků;
2. monochromatickosti dopadajícího světla;
3. povrchové drsnosti polopropustného zrcadla i krycí vrstvy.

## Úkoly

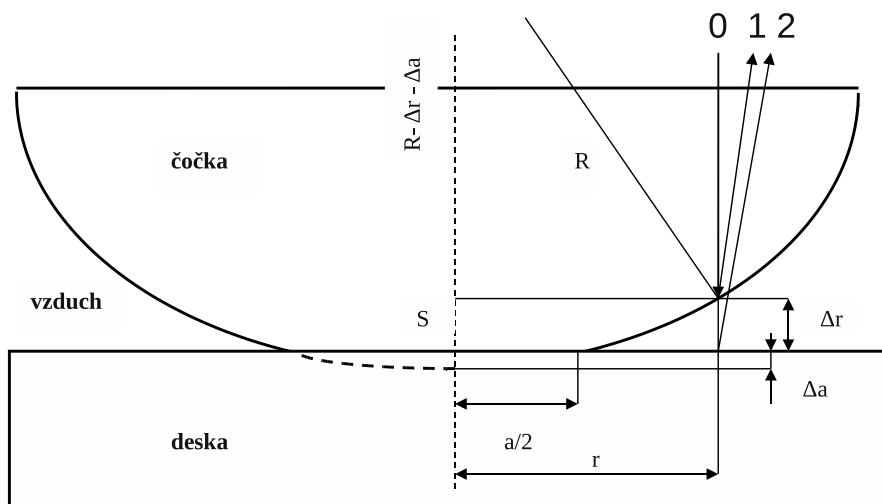
1. Nastavit v zorném poli mikroskopu 5–10 interferenčních proužků.
2. Proměřit interferenční obrazec.
3. Nastavit jiný počet interferenčních proužků a opakovat bod 2.

4. Stanovit hodnotu tloušťky.
5. Body 1 až 4 opakovat na jiném místě vzorku.
6. Zhodnotit rovnoměrnost tloušťky vrstvy s přihlédnutím k chybě měření.

## Varianta A: Newtonova skla

### Teorie

K měření vlnové délky světla se použije interferenční jev na tenké vzduchové mezeře mezi rovinnou skleněnou deskou a čočkou o poloměru  $R$  na ni položenou. Při pozorování v odraženém nebo v prošlém světle vidíme střídající se světlé a tmavé kruhové proužky s rostoucím poloměrem  $r$ , tzv. Newtonovy kroužky. Na styku kulové čočky s rovinnou skleněnou deskou se čočka i deska nepatrně deformují a z bodového kontaktu  $S$  vznikne plošný kruhový kontakt, který se v odraženém světle projeví jako tmavá a v prošlém světle jako světlá kruhová ploška, tzv. Hertzova skvrna, jejíž poloměr  $a/2$  závisí na přítlačné síle. Situace v rovině řezu je na obrázku 4.



Obrázek 4: Schématický nákres interferujících paprsků na Newtonových sklech.

Předpokládáme, že rovinná monochromatická vlna o vlnové délce  $\lambda$  dopadá kolmo na rovinnou lámavou plochu čočky postupuje ke kulové lámavé ploše, kde se částečně odráží a s opačnou fází postupuje zpět. Část vlny postupuje dále vzduchovou mezerou a na rozhraní vzduch deska se bez změny fáze částečně odráží a se stejnou fází postupuje zpět. V bodech na kružnici o poloměru  $r$  se středem v bodě dotyku čočky s deskou to ukazují tři paprsky: vstupující „0“ a dva odražené „1“ a „2“. Vystupující vlny interferují a výsledná intenzita závisí na rozdílu fází vln, respektive na dráhovém rozdílu obou odražených paprsků. Podle obrázku je dráhový rozdíl  $\Delta$  paprsků „1“ a „2“ s ohledem na změnu fáze roven

$$\Delta = 2\Delta r + \frac{\lambda}{2} \quad (7)$$

Minimum intenzity světla nastane na kružnicích o poloměrech  $r_k$ , pro které je dráhový rozdíl roven lichému násobku  $\lambda/2$ , tj.

$$\Delta = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}, \quad \text{resp.} \quad \Delta r_k = k\frac{\lambda}{2}, \quad (8)$$

kde  $k = 1, 2, \dots$  je řád minima. Velikost vzduchové mezery  $\Delta r$  mezi čočkou a deskou ve vzdálenosti  $r$  od bodu dotyku  $S$  určíme z geometrie:

$$(R - \Delta r - \Delta a)^2 + r^2 = R^2 \quad (9)$$

$$(R - \Delta a)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = R^2 \quad (10)$$

Výšku kruhového vrchlíku  $\Delta a$  vzniklého deformací kulové plochy čočky určíme z (10) za předpokladu, že  $2R \gg \Delta a$

$$\Delta a = \frac{a^2}{8R} \quad (11)$$

Za předpokladu, že  $2R \gg \Delta r + \Delta a$  obdržíme z rovnice (9)

$$2R(\Delta r + \Delta a) = r^2$$

a použitím (11) získáme pro poloměr kružnice  $r$ , na které je velikost vzduchové mezery  $\Delta r$

$$r^2 = 2R\Delta r + \frac{a^2}{4} \quad (12)$$

Jestliže velikost vzduchové mezery vyhovuje rovnici (8) získáme pro poloměry kružnic  $r_k$  s minimem intenzity světla rovnici

$$r^2 = \lambda Rk + \frac{a^2}{4} \quad (13)$$

Z rovnice (13) vyplývá, že druhá mocnina poloměru tmavého kroužku je lineární funkcí řádu minima  $k$ . Vyneseme-li závislost (13) do grafu, získáme rovnici přímky ( $Y = r_k^2$  a  $X = k$ )

$$Y = A + BX \quad (14)$$

a z konstant  $A, B$  můžeme určit vlnovou délku a poloměr Hertzovy skvrny:

$$\lambda = \frac{B}{R} \quad \frac{a}{2} = \sqrt{A} \quad (15)$$

Chceme-li určit pouze vlnovou délku můžeme ji určit z rozdílu druhých mocnin dvojic poloměrů  $r_k$  a  $r_n$  podle (13) takto:

$$\lambda = \frac{r_k^2 - r_n^2}{R(k - n)} \quad (16)$$

## Postup měření

Pro měření poloměrů Newtonových kroužků použijeme mikroskop s horním osvětlením a měřícím okulárem. Dvě čočky o stejném poloměru křivosti jsou uloženy v kovovém přípravku s válcovým otvorem, do kterého se volně zasunuje objektiv mikroskopu tak, aby bylo možné interferenční kroužky zaostřit. V takovém případě je velikost vzduchové mezery dvojnásobná oproti uspořádání čočka-planparalelní destička. Rovnice (13) pro poloměry kružnic  $r_k$  s minimem intenzity potom přejde na vztah

$$r^2 = \frac{1}{2}\lambda Rk + \frac{a^2}{4} \quad (17)$$

a vztah (15) pro určení vlnové délky ze směrnice přímky na

$$\lambda = \frac{2B}{R} \quad \frac{a}{2} = \sqrt{A}. \quad (18)$$

Podobně vztah (16) pro určení vlnové délky z rozdílu druhých mocnin dvojic poloměrů  $r_k$  a  $r_n$  přejde na:

$$\lambda = 2 \frac{r_k^2 - r_n^2}{R(k - n)} \quad (19)$$

Z rovnice (17) vyplývá, že druhá mocnina poloměru tmavého kroužku je lineární funkcí řádu minima  $k$ . Pro osvětlení můžeme použít sodíkovou výbojku nebo luminiscenční diodu. Protože

mikroskopem určíme poloměry Newtonových kroužků v dílkách stupnice okuláru, je třeba nejdříve určit pomocí testovacího sklíčka zvětšení mikroskopu  $Z = y'/y$ , kde  $y$  je vzdálenost vrypů na testovacím sklíčku v  $\mu\text{m}$  a  $y'$  je vzdálenost vrypů v dílkách. Skutečnou velikost Newtonových kroužků v  $\mu\text{m}$  určíme jako  $r_k = r'_k/Z$ . Při měření postupujeme tak, že vložíme přípravek na stolek mikroskopu zaostříme interferenční kroužky a jemným pohybem přípravku nebo stolečku mikroskopu umístíme kroužky do středu zorného pole. Velikosti kroužků určujeme ze dvou krajních poloh na kroužku, jejichž rozdíl určuje průměr kroužku. Postupujeme od nejmenšího k největšímu kroužku tak, jak to umožní stupnice okuláru.

Poznámka:

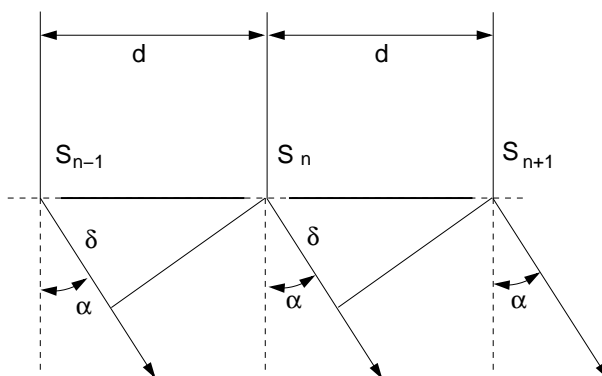
Pro určení vlnové délky světla potřebujeme znát poloměr křivosti lámavé plochy čoček  $R$ . Pokud její hodnota není známá, nebo není uvedena s dostatečnou přesností, ale máme k dispozici zdroj monochromatického záření o známé vlnové délce, např. sodíkovou výbojku s vlnovou délkou  $\lambda = 589,30 \text{ nm}$ , můžeme měřením poloměrů Newtonových kroužků poloměr čočky  $R$  z rovnic (17) nebo (19) určit.

## Úkoly

1. Sestavte přípravek s čočkou a deskou, vložte jej do objektivu mikroskopu, zaostřete interferenční proužky a umístěte střed kroužků do středu zorného pole mikroskopu. Ověřte funkci měřicího okuláru a případně zaostřete stupnici čočkou okuláru.
2. Osvětlete vzorek diodou LED (je napájena přes regulační odpor z baterie o napětí 4,5 V) a proměřte průměry všech kroužků v rozsahu stupnice. Určete vlnovou délku LED.
3. Z výsledků měření 1 a 2 určete průměr  $a$  Hertzovy skvrny.

## Varianta B: Difrakce světla na mřížce

Difrakční mřížka na průchod je planoparalelní skleněná destička s velkým počtem tenkých, navzájem rovnoběžných a stejně vzdálených vrypů. Mezerami mezi vrypy prochází světlo beze změny směru, na vrypech je difraktováno. Osvětíme-li takovou mřížku (obr. 5) rovnoběžným svazkem paprsků s vlnovou délkou  $\lambda$ , stávají se vrypy podle Huygensova principu zdrojem elementárních rozruchů a šíří se do všech směrů. Interferencí se však zesilují pouze v určitém směru. Pozorujeme-li světlo prošlé mřížkou dalekohledem zaostřeným na nekonečno, protnou se paprsky vystupující ze všech štěrbin pod tímž úhlem  $\alpha$  v ohniskové rovině objektivu.



Obrázek 5: Schéma měření s difrakční mřížkou na průchod.

Z obr. 5 je zřejmé, že se tyto paprsky nesetkávají se stejnou fází. Označíme-li  $S_k, S_{k+1}$  středy dvou sousedních štěrbin, pak jejich vzdálenost  $d$  se nazývá mřížková konstanta a jejich střední paprsky mají dráhový rozdíl  $d \sin \alpha$ . Splňuje-li dráhový rozdíl  $\delta$  podmínku

$$\delta = d \sin \alpha = m \lambda, \quad (20)$$

zesilují se střední paprsky vycházející ze všech štěrbin. Parametr  $m$  je řád maxima. Monochromatické světlo vytvoří tedy ve směrech daných úhly  $\alpha_1, \alpha_2, \dots$  maxima. Pro tyto úhly platí

$$\sin \alpha_1 = \lambda/d, \sin \alpha_2 = 2\lambda/d, \dots, \sin \alpha_r = m\lambda/d. \quad (21)$$

Na základě vztahů (21) lze velmi přesně určit vlnovou délku světla.

V našem experimentu bude zdrojem monochromatického světla He-Ne laser, jehož světelný svazek je úzký a téměř nerozbíhavý. To umožňuje velmi jednoduché uspořádání: zdroj – mřížka – stínítko a místo měření úhlů  $\alpha_m$  goniometrem určíme  $\sin \alpha_m$  měřením délky stran v příslušném pravouhlém trojúhelníku.

### Uspořádání experimentu

Na optické lavici je umístěn He-Ne laser, optická mřížka a pozorovací stínítko s milimetrovým papírem, viz obr. 6. Mezi laser a mřížku vkládáme stínítko s malým otvorem pro světelný svazek, které zachytí paprsky vzniklé difrakcí při odrazu od mřížky a tím zamezíme nekontrolovanému pohybu laserového paprsku po laboratoři. Schéma uspořádání experimentu při pohledu shora je na obrázku.

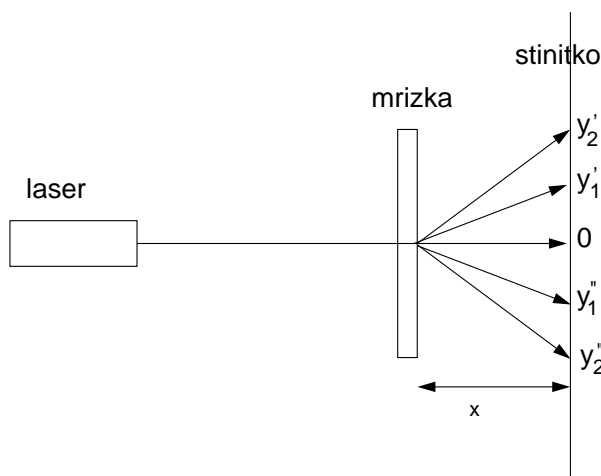
Při experimentu pozor – záření laseru je nebezpečné pro oko!

Vzdálenost  $x$  mezi mřížkou a stínítkem lze měnit a měřit ji pomocí stupnice na optické lavici. Protože vrypy na optické mřížce jsou orientovány svisle, budou difraktované svazky odchýleny vodorovně vlevo a vpravo od přímého (primárního) svazku. Označíme-li obecně vzdálenost místa dopadu přímého a difraktovaného paprsku jako  $y$ , bude

$$\sin \alpha_m = \frac{y_m}{\sqrt{y_m^2 + x^2}} \quad m = 1, 2, \dots \quad (22)$$

Při měření nastavujeme různé vzdálenosti  $x$  a pro každou hodnotu pak odečítáme na milimetrovém papíře stínítka polohy maxim prvního a druhého řádu vpravo  $y'_1, y'_2$  a vlevo  $y''_1, y''_2$  od primárního svazku. Odchylku paprsků na stínítku určíme jako průměr

$$y_1 = \frac{y'_1 + y''_1}{2} \quad \text{a} \quad y_2 = \frac{y'_2 + y''_2}{2}. \quad (23)$$



Obrázek 6: Schéma měření s difrakční mřížkou na průchod.

Dosazením (22) do (20) můžeme určit buď vlnovou délku světla  $\lambda$ , pokud známe vzdálenosti vrypů mřížky  $d$ , nebo vzdálenost vrypů  $d$ , resp. jejich hustotu  $N$ , pokud budeme znát vlnovou délku  $\lambda$ .

## Úkoly

1. Pozorujte difrakční jev na stínítku a vzdálenost  $x$  nastavte tak, aby bylo možno pozorovat dvě difrakční maxima po obou stranách stopy primárního svazku. Změřte polohu všech maxim a měření opakujte pro různé hodnoty  $x$ . Stejně měření proveďte pro druhou mřížku.
2. Určete u obou mřížek vzdálenost vrypů  $d$  a jejich hustotu  $N$ . Zjištěné hodnoty porovnejte s hodnotami uvedenými výrobcem mřížek. Vlnovou délku He-Ne laseru určete např. z tabulek [3].

---

**Užití v praxi:** Interferenčního zesílení či zeslabení světla se ve velkém měřítku užívá v různých optických filtrech, kam lze zařadit i antireflexní vrstvy optických prvků. Interferenční obrazce exponované ve fotografické emulzi představují základ hologramu, který při osvětlení světlem o stejné vlnové délce, jakou byl exponován, rekonstruuje prostorový obraz daného předmětu. Interferenční techniky pak nacházejí široké uplatnění v astronomii, zejména té radiové, kdy současným měřením signálu ze dvou vzdálených míst lze dosáhnout úhlového rozlišení tisícín úhlové vteřiny.

Difrakční mřížky (narozdíl od praktika sledovány v odraženém světle) jsou základem naprosté většiny současných spektrometrů. Difrakční jevy pak lze pozorovat i na strukturách s řádově menší periodou, jako jsou atomové roviny nebo krystaly makromolekul.

## Literatura:

- [1] Bennett H.E., Bennett J.M.: Physics of Thin Films, Vol. 4, Academic New York, 1967.
- [2] J. Kuběna: *Úvod do optiky*. Skripta MU Brno, 1994.
- [3] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: *Fyzikální a matematické tabulky*. SNTL Praha, 1980.
- [4] Z. Horák: *Praktická fyzika*. SNTL Praha, 1958.
- [5] J. Brož a kol.: *Základy fyzikálních měření I*. SPN Praha, 1983.