Cvičení 10.10.2019

I. Grad-B drift

Uvažujte částici v magnetickém poli:

$$\vec{B} = (B_0 + \alpha y) \cdot \vec{z}^0 \tag{1}$$

s počáteční rychlostí $\vec{v}_0 = 10 \cdot \vec{x}^0$ m/s a poměrem hmotnost/náboj 10^3 kg/C

Pro parametry:

- $B_0 = 100$ T, $\alpha = 0.01$ m^{-1} T
- $B_0 = 1$ T, $\alpha = 1$ m^{-1} T

Určete (přibližný) Larmorův poloměr a cyklotronovou frekvenci a spočítejte driftovou rychlost.

II. Magnetické zrcadlo

Magnetické pole dané vztahem:

$$\vec{B} = B_0 \left([0, 0, 1] - \frac{z}{L^2} [x, y, -z] \right) \tag{2}$$

je příkladem magnetické nádoby / zrcadla.

- Ověřte, že $\nabla \cdot \vec{B} = 0$
- Spočtete polohu na ose z, kde se částice odrazí. Počátečná poloha a rychlost jsou $r(0) = [0, 0, 0]$ m a $v(0) = [0, v_y, v_z]$ m/s.

Pro vyčíslení použijte parametry:
$B_0 = 1.0$T, $\quad L = 1000$m, $\quad v_y = 1$m/s, $\quad v_z = 8$m/s
Můžete použít stejnou metodu výpočtu pro $L = 1$m?

III. Bittencourt 3.4

Ukažte, že vztah:

$$\int_{-z_m}^{z_m} \sqrt{B(z_m, t) - B(z, t)} \mathrm{d}z = const \tag{3}$$

je alternativní zápis druhého adiabatického invariantu za předpokladu, že velikost magnetického momentu je adiabatickým invariantem.

IV. Bittencourt 3.5

3.5 Consider the magnetic mirror system shown in Fig. 20. Suppose that the axial magnetic field is given by

$$B(z) = B_0[1 + (z/a_0)^2]$$

where B_0 and a_0 are positive constants, and that the mirroring planes are given by $z = -z_m$ and $z = z_m$.
(a) For a charged particle trapped in this mirror system, show that the z component of the particle velocity is given by

$$v_\parallel(z) = \left(\frac{2\,|\mathbf{m}|\,B_0}{m}\right)^{1/2}\left[\left(\frac{z_m}{a_0}\right)^2 - \left(\frac{z}{a_0}\right)^2\right]^{1/2}$$

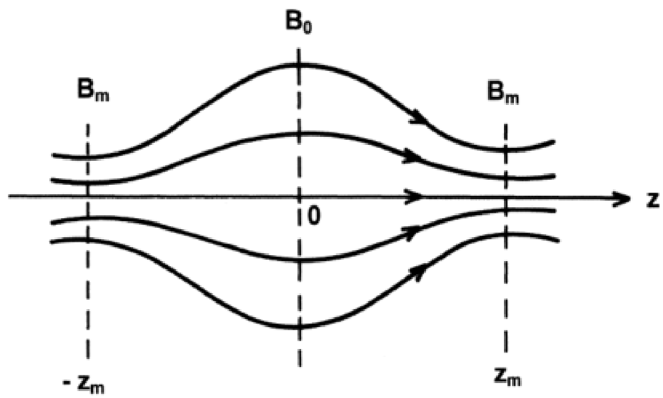

Fig. 20 *Magnetic field line geometry for a system of two coaxial magnetic mirrors whose axis coincides with the z axis, being symmetrical about the plane $z = 0$.*

(b) The average force acting on the particle guiding center, along the z axis, is given by

$$< \mathbf{F}_\parallel > = -|\mathbf{m}|\left(\frac{\partial B}{\partial z}\right)\hat{\mathbf{z}}$$

Show that the particle performs a simple harmonic motion between the mirroring planes, with a period given by

$$T = 2\pi a_0\left(\frac{m}{2\,|\mathbf{m}|\,B_0}\right)^{1/2}$$

(c) If the motion of the particle is to be limited to the region $|z| < z_m$, what restriction must be imposed on the total energy and on the magnetic moment?