

Mechanické vlastnosti pevných látek

Tomáš Kruml, Martin Friák

kruml@ipm.cz

www.ipm.cz

Mechanické vlastnosti ?

~~Mechanické vlastnosti pevných látek~~

materiálů

Materials science, also commonly known as **materials engineering**, is an interdisciplinary field applying the properties of [matter](#) to various areas of [science](#) and [engineering](#). This relatively new scientific field investigates the relationship between the structure of materials at atomic or molecular scales and their [macroscopic](#) properties. It incorporates elements of [applied physics](#) and [chemistry](#). With significant media attention focused on [nanoscience](#) and [nanotechnology](#) in recent years, materials science is becoming more widely known as a specific field of science and engineering. It is an important part of [forensic engineering](#) (Forensic engineering is the investigation of materials, products, structures or components that fail or do not operate or function as intended, causing personal injury or damage to property.) and [failure analysis](#), the latter being the key to understanding, for example, the cause of various aviation accidents.

Obsah přednášky

Základní blok

1. týden Napětí, deformace, Hooke, jednoduché úlohy v elasticitě. Mohrův diagram.
2. týden Mechanické zkoušky, inženýrské veličiny. Makroskopická plasticita – kritéria.
3. týden Rovnovážné diagramy, fázové pravidlo, Fe-C (Fe₃C) diagram
4. týden Mechanismy elastické deformace. Dislokace – definice a vlastnosti
5. týden Mechanismy plastické deformace ...
6. týden ... pokračování ...
7. týden ... dokončení. Dvojčatění, slitiny s tvarovou pamětí

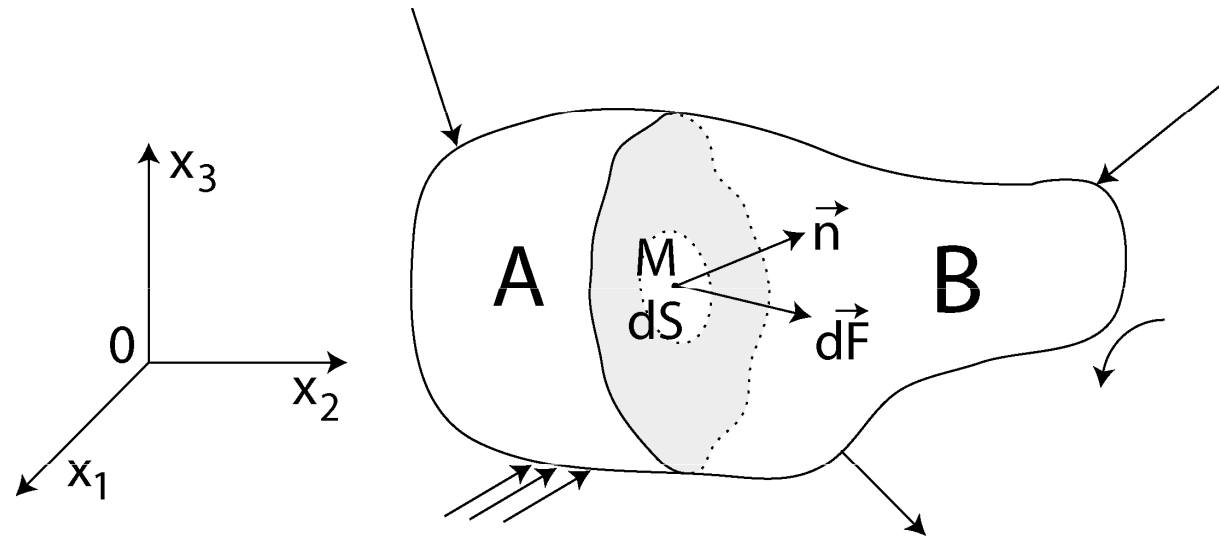
Výzkum v oblasti materiálových věd na ÚFM

8. týden Typy výpočtů (ab initio, MD, DDD, FEM)
9. týden Elektronová mikroskopie
10. týden Křehký lom: K_{Ic} , R křivka, módy I II III ...
11. týden Únava
12. týden Creep: difúze + Fickovy zákony, creep – n, mechanismy (Coble, Nabarro-Her.)
13. týden Závěrečná hodina-zápočet.

Podmínky uznání předmětu

- Účast: tolerují se max. 3 absence.
- Ověření znalostí formou kolokvia

Napětí



Homogenní izotropní kontinuum

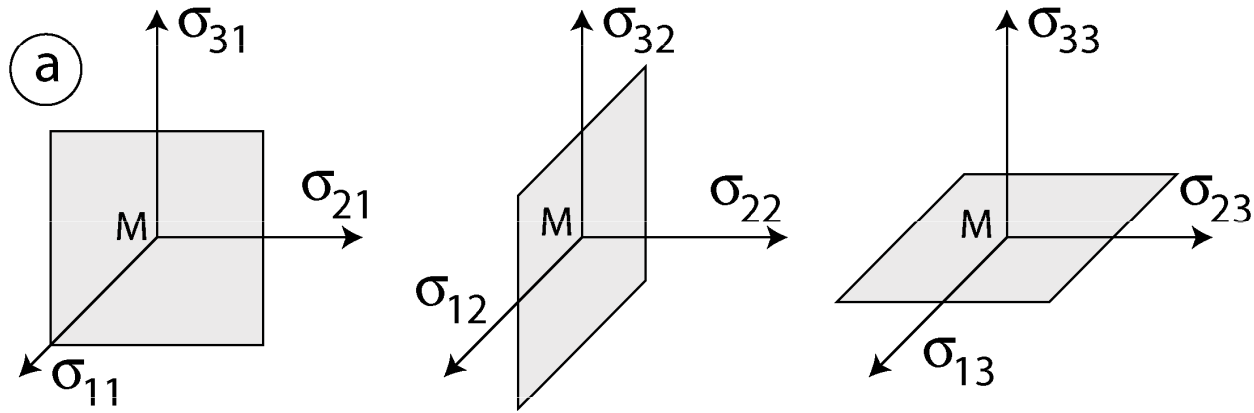
$$\vec{T} = \frac{d\vec{F}}{dS}$$

Normálová složka napětí (σ) je kolmá na zvolenou plošku.

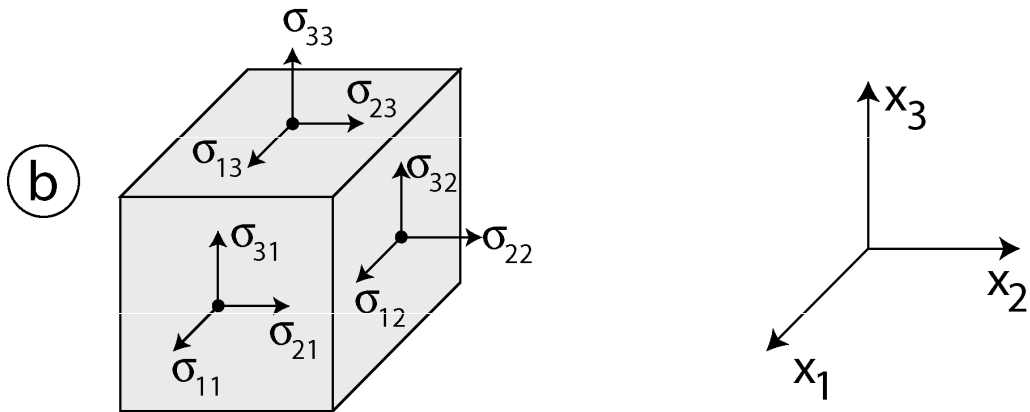
Tah = kladné hodnoty, tlak = záporné hodnoty.

Smykové složky (τ) leží v rovině zvolené plošky, znaménko je otázkou konvence

Napětí je tedy tenzor 2 řádu, pozor na literaturu: často se mluví o napětí jako skalární nebo vektorové veličině.



$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix}$$



$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$

Vlastnosti tenzoru napětí

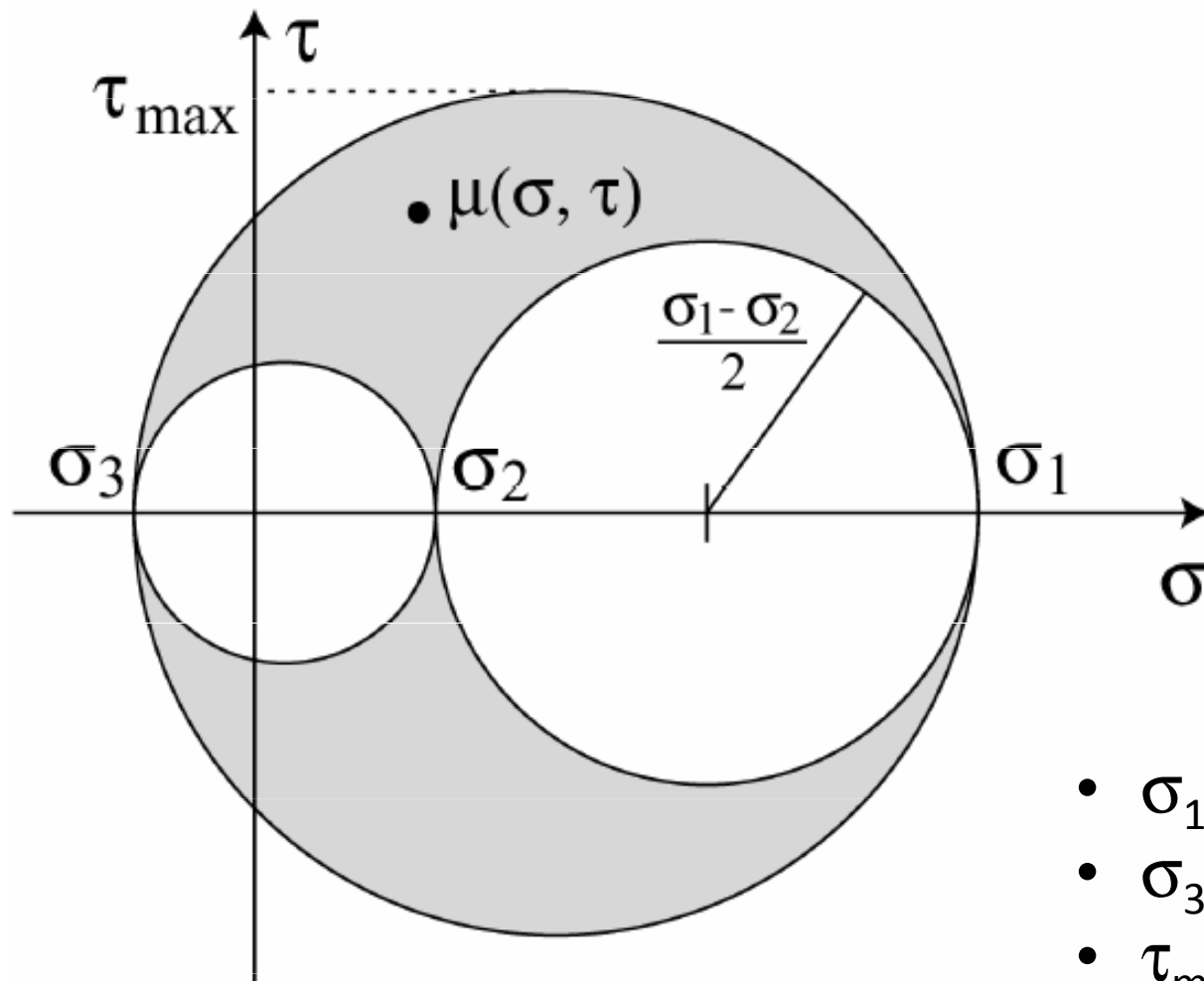
- Symetrický, tj. 6 nezávislých komponent
- Rovnice rovnováhy
- 3 invarianty při změně souřadného systému
- Vždy lze najít s.s., kdy je tenzor napětí diagonální – hlavní napětí
- Na volném povrchu jsou všechny složky napětí kolmé k povrchu nulové

$$\bar{\sigma}' = A \bar{\sigma} A^T$$

Příklad: Matice A pro přechod z válcových souřadnic do kartézských:

$$\begin{pmatrix} \cos \theta & -r \sin \theta & 0 \\ \sin \theta & r \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Mohrův diagram



- σ_1 – trhliny
- σ_3 – vzpěr
- τ_{\max} – plastická deformace

Deformace

Při působení sil na těleso dochází k

- přemístění – nebudeme dále uvažovat
- rotaci π
- deformaci ε

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = \varepsilon_{ji}$$

$$\pi_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = -\pi_{ji}$$

\vec{u} je vektor přemístění

Vlastnosti tenzoru deformace

- Symetrický, tj. 6 nezávislých komponent
- Normálové a smykové složky
- Stejně 3 invarianty při změně souřadného systému jako u napětí
- Součet diagonály = relativní změna objemu

$$\gamma_{ij} = 2 \varepsilon_{ij}$$

$$i \neq j$$

Hookův zákon

- Pro tahovou zkoušku $\sigma_{11} = E \varepsilon_{11}$
- Obecný $\sigma_{ij} = \sum_{kl} C_{ijkl} \varepsilon_{kl}$ $\varepsilon_{ij} = \sum_{kl} S_{ijkl} \sigma_{kl}$

81 elastických konstant? symetrie – 36, energetické úvahy: **21**,
krystalové mřížky – další symetrie (hexa – 5, kubické – 3)
- Pro izotropní materiál – 2 nezávislé elastické konstanty
 $\sigma_{ij} = 2G \varepsilon_{ij} + \lambda I_1 \delta_{ij}$

Elastické konstanty

z teorie (izotropní m.)

$$C_{1111} = 2G + \hat{\lambda}$$

$$C_{1122} = \hat{\lambda}$$

$$C_{2323} = G$$

z experimentu

$$\sigma_{11} = E \varepsilon_{11}$$

$$\varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = -\nu \varepsilon_{11}$$

$$\tau = G \gamma$$

$$S_{1111} = 1/E$$

$$S_{1122} = -\nu/E$$

$$\sigma_{ij} = 2G \varepsilon_{ij} + \hat{\lambda} I_1 \delta_{ij}$$

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_{ij} + \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} I_1 \delta_{ij}$$

Obecná lineární elasticita

Hledané veličiny:

- 3 složky vektoru přesunutí \mathbf{u}
- 6 složek tenzoru napětí
- 6 složek tenzoru deformace

Znamé rovnice:

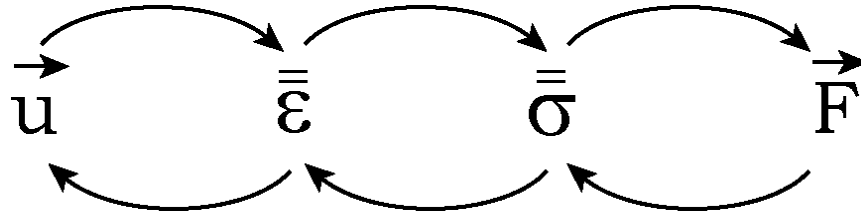
- 6 rovnic mezi \mathbf{u} a $\boldsymbol{\varepsilon}$
- 3 rovnice rovnováhy
- 6 rovnic Hookova zákona

15 neznámých ... 15 rovnic

programy na výpočet $\boldsymbol{\varepsilon}$, $\boldsymbol{\sigma}$, \mathbf{u} využívající metody konečných prvků

Všechny rovnice jsou lineární = princip superpozice

Jednoduché analytické výpočty



1. odhad tvaru tělesa po deformaci, tj. "uhodnutí" vektoru přemístění \mathbf{u}
2. z \mathbf{u} vypočítáme ε
3. z ε vypočítáme σ
4. pro vztah mezi \mathbf{F} a σ se používají různé postupy