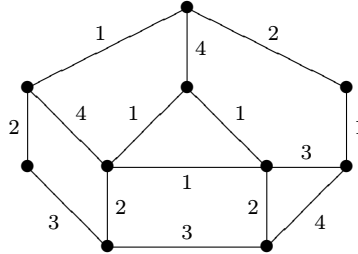
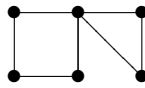


## Teorie grafů – podzim 2011 – 1. termín

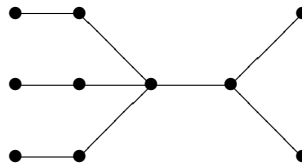
1. (10 bodů) Nalezněte všechny kostry nejmenší váhy v grafu



2. (10 bodů) Určete chromatický polynom grafu



3. (5 bodů) Dejte příklad grafu  $G$ , který splňuje  $\kappa(G) = 4$  a  $\chi'(G) = 3$ . Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
4. (5 bodů) Dejte příklad 3-regulárního grafu  $G$ , který splňuje  $\chi(G) = 3$ . Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
5. (5 bodů) Dejte příklad grafu, který neobsahuje žádný most a má následující blokový strom. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.

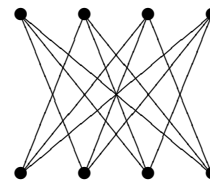
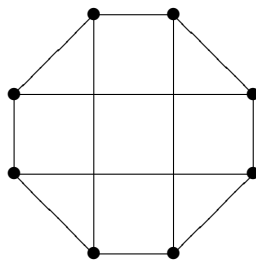


6. (2 × 5 bodů) Dejte příklad grafu  $G$  se skóre (2, 2, 2, 3, 3, 4), který splňuje

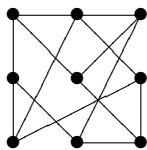
- a)  $\kappa(G) = \kappa'(G)$ .  
 b)  $\kappa(G) \neq \kappa'(G)$ .

7. (10 bodů) Najděte všechny vzájemně neizomorfní grafy  $G$ , které mají právě pět vrcholů a splňují  $\chi(G) = 4$ .

8. (8 bodů) Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.



9. (7 bodů) Rozhodněte, zda následující graf je rovinný. Pokud rovinný je, doplňte jej na maximální rovinný graf. Pokud rovinný není, svoje rozhodnutí zdůvodněte.



10. (10 bodů) Nechť  $n \geq 4$  je přirozené číslo a  $G$  je graf tvořený cyklem délky  $n$  a dvěma vrcholy  $u$  a  $w$ , přičemž  $u$  i  $w$  jsou spojeny hranami právě se všemi vrcholy cyklu. Určete hranovou a vrcholovou souvislost  $G$ , jeho hranové a vrcholové chromatické číslo a zda je  $G$  eulerovský či hamiltonovský.
11. (5 bodů) Definujte řez sítě a jeho kapacitu.
12. (5 bodů) Formulujte Eulerův vztah.
13. (10 bodů) Dokažte, že pokud v grafu  $G$  neexistuje vrchol stupně většího než 3, tak počet bodů artikulace  $G$  je menší nebo roven dvojnásobku počtu mostů  $G$ .