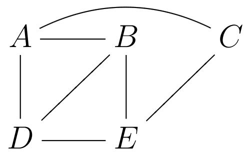
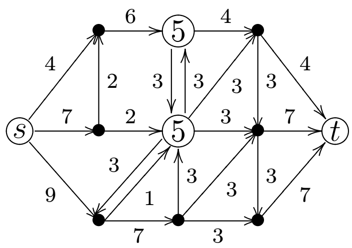
Teorie grafů – podzim 2013 – 2. termín

1. (10 bodů) Určete počet sledů délky osm z vrcholu A do vrcholu B v grafu



2. (10 bodů) Určete největší velikost toku v následující síti s danými kapacitami hran a dvou vrcholů a svoje rozhodnutí zdůvodněte.



3. (5 bodů) Dejte příklad eulerovského grafu G se sedmi vrcholy, který splňuje $\kappa(G) = 3$. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.

4. (5 bodů) Dejte příklad souvislého grafu G se sedmi vrcholy, který splňuje $\chi(G) = 4$ a $\chi'(G) = 3$. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.

5. (5 bodů) Dejte příklad nezáporně ohodnoceného souvislého grafu s pěti vrcholy a jeho dvou vrcholů u a v takových, že při výpočtu nejkratších cest z vrcholu u pomocí Dijkstrova algoritmu se aktuální hodnota spočítaná pro vrchol v mění v každém kroku. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.

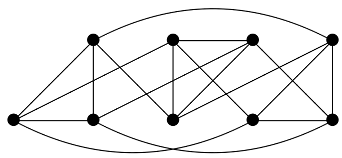
6. (10 bodů) Určete, pro která přirozená čísla x a y je posloupnost

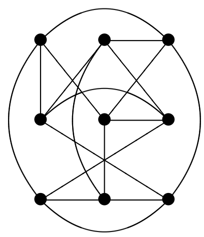
$$(1, 1, 1, x, 4, y, y, y + 1)$$

skórem nějakého grafu, a svoje rozhodnutí zdůvodněte. Pro všechny takové hodnoty x a y dejte příklad grafu s tímto skóre.

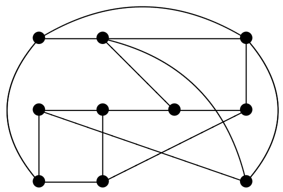
7. (10 bodů) Najděte všechny vzájemně neizomorfní grafy G se sedmi vrcholy, které splňují $\kappa'(G) = 2$ a obsahují právě tři kružnice.

8. (8 bodů) Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.





9. **(7 bodů)** Rozhodněte, zda následující graf je rovinný. Pokud rovinný je, doplňte jej na maximální rovinný graf. Pokud rovinný není, svoje rozhodnutí zdůvodněte.



10. **(10 bodů)** Nechť $n \geq 3$ je přirozené číslo a G je obyčejný graf tvořený dvěma disjunktními cykly délek n a $2n$, přičemž první cyklus má vrcholy $u_1, \ldots, u_n$ a druhý $v_1, \ldots, v_{2n}$ (vrcholy leží na cyklech v uvedeném pořadí). Tyto cykly jsou spojeny hranami $u_i v_i$ a $u_i v_{i+n}$ pro $i \in \{1, \ldots, n\}$. Určete hranovou a vrcholovou souvislost G, jeho hranové a vrcholové chromatické číslo a zda je G eulerovský či hamiltonovský.

11. **(5 bodů)** Definujte blok grafu.

12. **(5 bodů)** Formulujte Ramseyho větu pro k barev.

13. **(10 bodů)** Nechť $G = (V, E)$ je graf se sudým počtem vrcholů a $v \in V$ jeho vrchol stupně dva takový, že graf $G \setminus v$ je $\frac{|V|}{2}$-souvislý. Dokažte, že potom je G hamiltonovský.