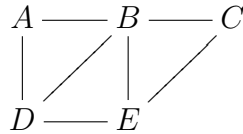
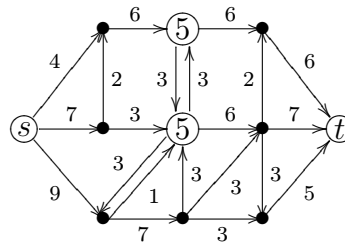


## Teorie grafů – podzim 2014 – 1. termín

1. (10 bodů) Určete počet sledů délky osm z vrcholu  $D$  do vrcholu  $E$  v grafu



2. (10 bodů) Určete největší velikost toku v následující síti s danými kapacitami hran a dvou vrcholů a svoje rozhodnutí zdůvodněte.

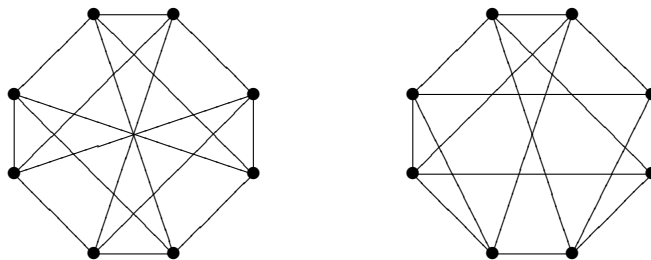


3. (5 bodů) Dejte příklad grafu s osmi vrcholy, který má právě 27 koster. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
4. (5 bodů) Dejte příklad souvislého grafu se šesti vrcholy, který má právě 12 hran a dva bloky. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
5. (5 bodů) Dejte příklad grafu  $G$ , který má sedm vrcholů a splňuje  $\kappa'(G) = 3$  a  $\kappa(G) = 2$ . Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
6. (10 bodů) Určete, pro která přirozená čísla  $x$  a  $y$  je posloupnost

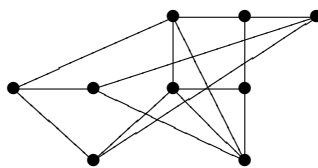
$$(1, 1, 2, 2, 3, 3, x, y, y + 2)$$

skórem nějakého grafu, a svoje rozhodnutí zdůvodněte. Pro všechny takové hodnoty  $x$  a  $y$  dejte příklad grafu s tímto skóre.

7. (10 bodů) Necht  $d \geq 1$  je celé číslo. Najděte všechny vzájemně neizomorfní  $d$ -regulární grafy  $G$ , které mají deset vrcholů a splňují  $\chi(G) > d$ .
8. (8 bodů) Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.



9. (7 bodů) Rozhodněte, zda následující graf je rovinný. Pokud rovinný je, doplňte jej na maximální rovinný graf. Pokud rovinný není, svoje rozhodnutí zdůvodněte.



10. (10 bodů) Nechť  $n \geq 2$  je celé číslo a  $G$  je obyčejný graf tvořený dvěma disjunkt-ními kružnicemi délky  $2n$  s vrcholy  $u_1, \dots, u_{2n}$  a  $v_1, \dots, v_{2n}$  (v tomto pořadí), přičemž tyto kružnice jsou spojeny právě hranami  $u_k v_\ell$  pro indexy  $k$  a  $\ell$  splňující  $k \equiv \ell \pmod{n}$ . Určete hranovou a vrcholovou souvislost  $G$ , jeho hranové a vrcho-lové chromatické číslo a zda je  $G$  eulerovský či hamiltonovský.
11. (5 bodů) Definujte rezervní polocestu a její rezervu.
12. (5 bodů) Formulujte větu o největších párováních a o vrcholových pokrytích v bipartitních grafech a vysvětlete v ní použité pojmy.
13. (10 bodů) Dokažte, že obsahuje-li 3-souvislý graf kružnici liché délky, potom obsahuje takové kružnice aspoň čtyři.