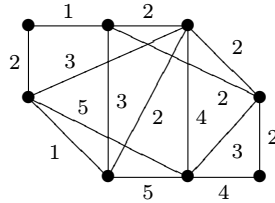
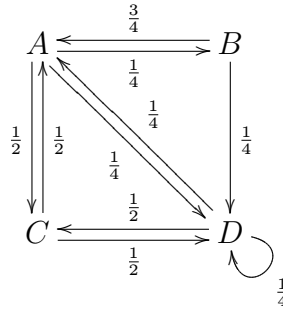


## Teorie grafů – podzim 2015 – 1. termín

1. (10 bodů) Nalezněte všechny kostry nejmenší váhy v grafu

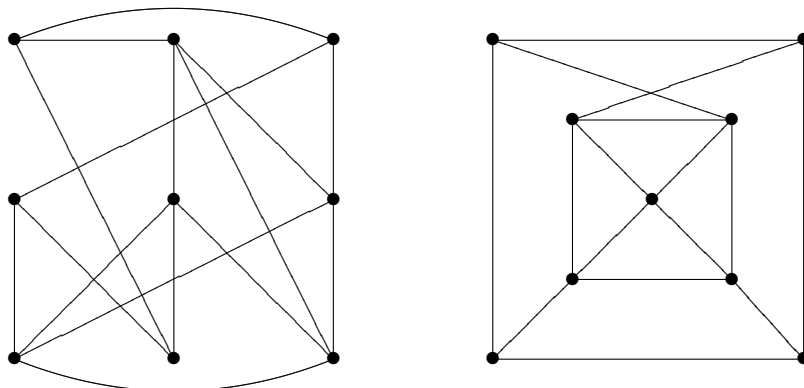


2. (10 bodů) Následující graf vyjadřuje pravděpodobnost přechodu systému mezi stavy  $A$ ,  $B$ ,  $C$  a  $D$  během jednoho kroku. Určete, ve kterém stavu je třeba práci systému zahájit, aby pravděpodobnost, že se systém ve čtvrtém kroku vrátí do tohoto stavu, byla co největší.

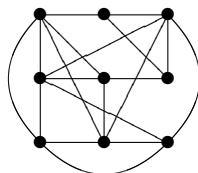


3. (5 bodů) Dejte příklad grafu  $G$  se šesti vrcholy, který splňuje  $\chi(G) = 3$  a má právě 16 podgrafů, které jsou úplné. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
4. (5 bodů) Dejte příklad 5-souvislého eulerovského rovinného grafu. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
5. (5 bodů) Dejte příklad hranově 3-souvislého grafu takového, že počet jeho bodů artikulace je o dva menší než počet jeho bloků. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.
6. (10 bodů) Určete, pro která přirozená čísla  $x$  a  $y$  je posloupnost  $(1, 1, 1, x, 4, 4, y)$  skórem nějakého grafu, a svoje rozhodnutí zdůvodněte. Pro všechny takové hodnoty  $x$  a  $y$  dejte příklad grafu s tímto skóre.
7. (10 bodů) Najděte všechny vzájemně neizomorfní 2-souvislé grafy s pěti vrcholy.

8. (8 bodů) Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.



9. (7 bodů) Rozhodněte, zda následující graf je rovinný. Pokud rovinný je, doplňte jej na maximální rovinný graf. Pokud rovinný není, svoje rozhodnutí zdůvodněte.



10. (10 bodů) Nechť  $n \geq 3$  a nechť  $G$  je obyčejný graf vzniklý odebráním dvou hran, které mají společný vrchol, z grafu  $K_n$ . Určete hranovou a vrcholovou souvislost  $G$ , jeho hranové a vrcholové chromatické číslo a zda je  $G$  eulerovský či hamiltonovský.
11. (5 bodů) Definujte řez sítě a rezervní polocestu.
12. (5 bodů) Formulujte Tutteho větu o perfektním párování a vysvětlete v ní použité pojmy.
13. (10 bodů) Dokažte, že každý souvislý regulární graf  $G = (V, E)$  splňující nerovnost  $|V| \leq 2 \cdot \chi(G)$  je hamiltonovský.