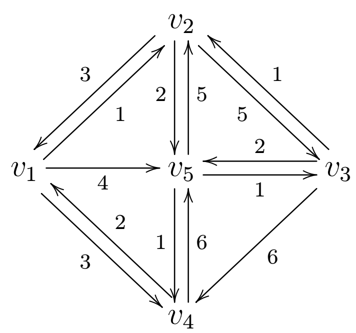
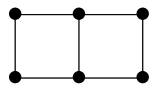
Teorie grafů – podzim 2017 – 4. termín

1. **(10 bodů)** Použitím některého algoritmu založeného na standardních operacích s maticemi určete vzdálenosti mezi všemi dvojicemi vrcholů následujícího grafu. Přitom vrcholy v matici reprezentujte v pořadí v_1, v_2, v_3, v_4, v_5.



2. **(10 bodů)** Určete chromatický polynom grafu



3. **(5 bodů)** Dejte příklad grafu G s osmi vrcholy, který splňuje $\kappa(G) = 1$ a $\kappa'(G) = 2$ a minimum ze stupňů jeho vrcholů je 3. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.

4. **(5 bodů)** Dejte příklad souvislého d-regulárního grafu G se sedmi vrcholy, který splňuje $\kappa(G) < d$. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.

5. **(5 bodů)** Dejte příklad grafu G s deseti vrcholy, který splňuje $\kappa(G) = 7$ a $\chi(G) = 3$. Pokud takový graf neexistuje, zdůvodněte proč.

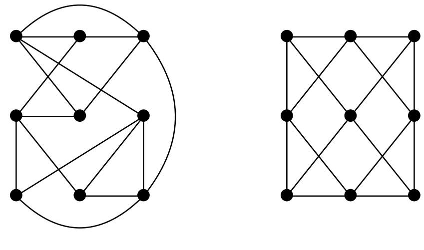
6. **(10 bodů)** Určete, pro která nezáporná celá čísla x a y je posloupnost

$$(x, x, x + 1, 5, 5, 5, y)$$

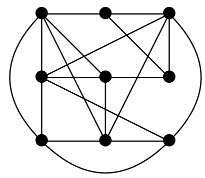
skórem nějakého grafu, a svoje rozhodnutí zdůvodněte. Pro všechny takové hodnoty x a y dejte příklad grafu s tímto skóre.

7. **(10 bodů)** Najděte všechny vzájemně neizomorfní souvislé grafy se šesti vrcholy, které mají počet bodů artikulace o 2 menší než počet bloků.

8. **(8 bodů)** Rozhodněte, zda jsou následující dva grafy izomorfní. Svoje rozhodnutí zdůvodněte.



9. (7 bodů) Rozhodněte, zda následující graf je rovinný. Pokud rovinný je, doplňte jej na maximální rovinný graf. Pokud rovinný není, svoje rozhodnutí zdůvodněte.



10. (10 bodů) Nechť $n \geq 1$ je celé číslo a $G = (V, E)$ je obyčejný graf, kde

$$\begin{aligned} V &= \{u, v\} \cup \{\, w_{i,j} \mid i \in \{1,2,3\},\ j \in \{1, \ldots, n\} \,\}, \\ E &= \{\, uw_{i,1}, vw_{i,n} \mid i \in \{1,2,3\} \,\} \\ &\qquad \cup \{\, w_{i,j}w_{k,j+1} \mid i, k \in \{1,2,3\},\ j \in \{1, \ldots, n-1\} \,\}. \end{aligned}$$

Určete hranovou a vrcholovou souvislost G, jeho hranové a vrcholové chromatické číslo a zda je G eulerovský či hamiltonovský.

11. (5 bodů) Definujte tok v síti a jeho velikost.

12. (5 bodů) Formulujte Mengerovu větu o vrcholové souvislosti obyčejných grafů a vysvětlete v ní použité pojmy.

13. (10 bodů) Dokažte, že v každém n-souvislém grafu, který má právě $2n$ vrcholů, existuje perfektní párování.