

## Práce s učebnicemi - ilustrační příklad s komentáři ke zvolenému postupu

### Součin komplexních čísel v goniometrickém tvaru - osnova pro práci učitele

*Úvodní poznámka.* Nejde o vzorovou přípravu na danou vyučovací hodinu. Jde pouze o ukázkou výkladu nové látky a jejího procvičení na několika příkladech s využitím učebnice (Caldá E. *Matematika pro gymnázia - komplexní čísla*. Prometheus 1994.).

#### Teorie - odvození věty

Je-li

$$z_1 = |z_1| (\cos \varphi_1 + i \cdot \sin \varphi_1) \quad \text{a} \quad z_2 = |z_2| (\cos \varphi_2 + i \cdot \sin \varphi_2),$$

pak

$$\begin{aligned} z_1 \cdot z_2 &= |z_1| |z_2| [\cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + i (\sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + \cos \varphi_1 \sin \varphi_2)] = \\ &= |z_1| |z_2| [\cos (\varphi_1 + \varphi_2) + i \sin (\varphi_1 + \varphi_2)]. \end{aligned}$$

(tzv. obecná Moivreova věta)

#### Odkazy na učebnici

- str. 48 - odvození
- str. 51 - řešený příklad 8 pro ilustraci studentům (opět možnost samostudia či dalšího samostatného procvičení - v hodině jsou počítány úlohy s jiným numerickým zadáním)

#### Komentáře k odkazům na učebnici

- Studenty je vhodné na uvedené místa v učebnici výslovně upozornit.
- Odvození věty v učebnici lze chápat jako studijní text (postup je podrobněji rozepsán než výše) pro případ nepochopení v hodině, absence studenta, ...
- Řešený příklad 8 - opět možnost samostudia či dalšího samostatného procvičení - v hodině jsou počítány úlohy s jiným numerickým zadáním (viz vysvětlení dále).

#### Příklady pro řešení v hodině

1.

$$2 \left[ \cos \left( -\frac{\pi}{6} \right) + i \sin \left( -\frac{\pi}{6} \right) \right] \cdot \left( \cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3} \right) = 2 \left[ \cos \left( \frac{8\pi - \pi}{6} \right) + i \sin \frac{7\pi}{6} \right],$$

2.

$$(\sqrt{3} + i) \cdot 3 \left( \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right) = \dots = 6 \left( \cos \frac{11\pi}{6} + i \sin \frac{11\pi}{6} \right),$$

3.

$$\frac{1}{2} \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3} \right) \cdot 4 \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) \cdot \left( \cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) = \dots = 2 \left( \cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right).$$

#### Komentáře k úlohám na procvičení

- Tyto úlohy z důvodu malého počtu úloh v učebnici nejsou z ní. Úlohy vzorově řešené v učebnici jsou záměrně ponechány jako možnost dalšího procvičení pro studenty. Učitel si zvládne sestavit (nebo v jiné literatuře najít) úlohy jiné.
- Uvedené úlohy jsou řazeny s rostoucí obtížností. Jednak vedou k procvičení uvedené věty, jednak studenty nutí k pozornosti, protože nejsou stejné.

- Ve druhé úloze je k využití procvičované věty třeba převod prvního činitele z algebraického do goniometrického tvaru. Je vhodné ukázat též postup výpočtu s převodem z goniometrického tvaru do algebraického a srovnat oba postupy, které jsou v této situaci srovnatelně pracné. Později je třeba ukázat úlohy na umocňování s vyšším exponentem, při nichž je použití goniometrického tvaru a Moivreovy věty výrazně výhodnější než výpočet v algebraickém tvaru.
- Při třetí úloze je vhodné doplnit jednu závorku a provést dvakrát po sobě dva součiny dle obecné Moivreovy věty. Poté je dobré studenty upozornit na možnost rozšíření platnosti této věty pro více činitelů - viz učebnice str. 51.

### **Domácí úloha z učebnice**

str. 53 / 2.12 a, b, c

### **Komentáře k domácí úloze**

- Studenti mají možnost samostatné kontroly výsledků v učebnici.
- Jsou dále vedeni či vyzýváni k práci s učebnicí.
- Učitel se při takto zadané úloze nezdržuje vypisováním zadání na tabuli. Minimalizuje se možnost špatného opsání zadání z tabule při přepisování studenty do sešitu.
- Domácí úlohu je účelné alespoň krátce (např. namátkově jen u někoho) v následující hodině zkontrolovat.