Cvičení 12: Hodnocení kontingenčních tabulek

Úkol 1.: Testování hypotézy o nezávislosti, měření síly závislosti
V roce 1950 zkoumali Yule a Kendall barvu očí a vlasů u 6800 mužů.

Barva očí	Barva vlasů			
	světlá	kaštanová	černá	rezavá
modrá	1768	807	180	47
šedá nebo zelená	946	1387	746	53
hnědá	115	438	288	16

Na asymptotické hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu o nezávislosti barvy očí a barvy vlasů. Vypočtěte Cramérův koeficient. Simultánní četnosti znázorněte graficky.

Postup ve STATISTICE:
Otevřeme datový soubor oci_vlasy.sta o 12 případech a třech proměnných (OCI, VLASY, CETNOST).
Před provedením testu je zapotřebí ověřit podmínky dobré aproximace:
Statistiky – Základní statistiky/tabulky – Kontingenční tabulky - Specif. tabulky – List 1 OCI, List 2 VLASY, OK, Váhy - CETNOST, Stav zapnuto, OK – na záložce Možnosti zaškrtneme Očekávané četnosti – Výpočet.

Souhrnná tab.: Očekávané četnosti (oci_vlasy.sta)
Četnost označených buněk > 10
Pearsonův chí-kv. : 1088,15, sv=6, p=0,00000

OCI	VLASY světlá	VLASY kaštanová	VLASY černá	VLASY rezavá	Řádk. součty
modrá	1167,259	1085,976	500,902	47,8622	2802,000
šedá nebo zelená	1304,731	1213,875	559,895	53,4990	3132,000
hnědá	357,010	332,149	153,202	14,6388	857,000
Vš.skup.	2829,000	2632,000	1214,000	116,0000	6791,000

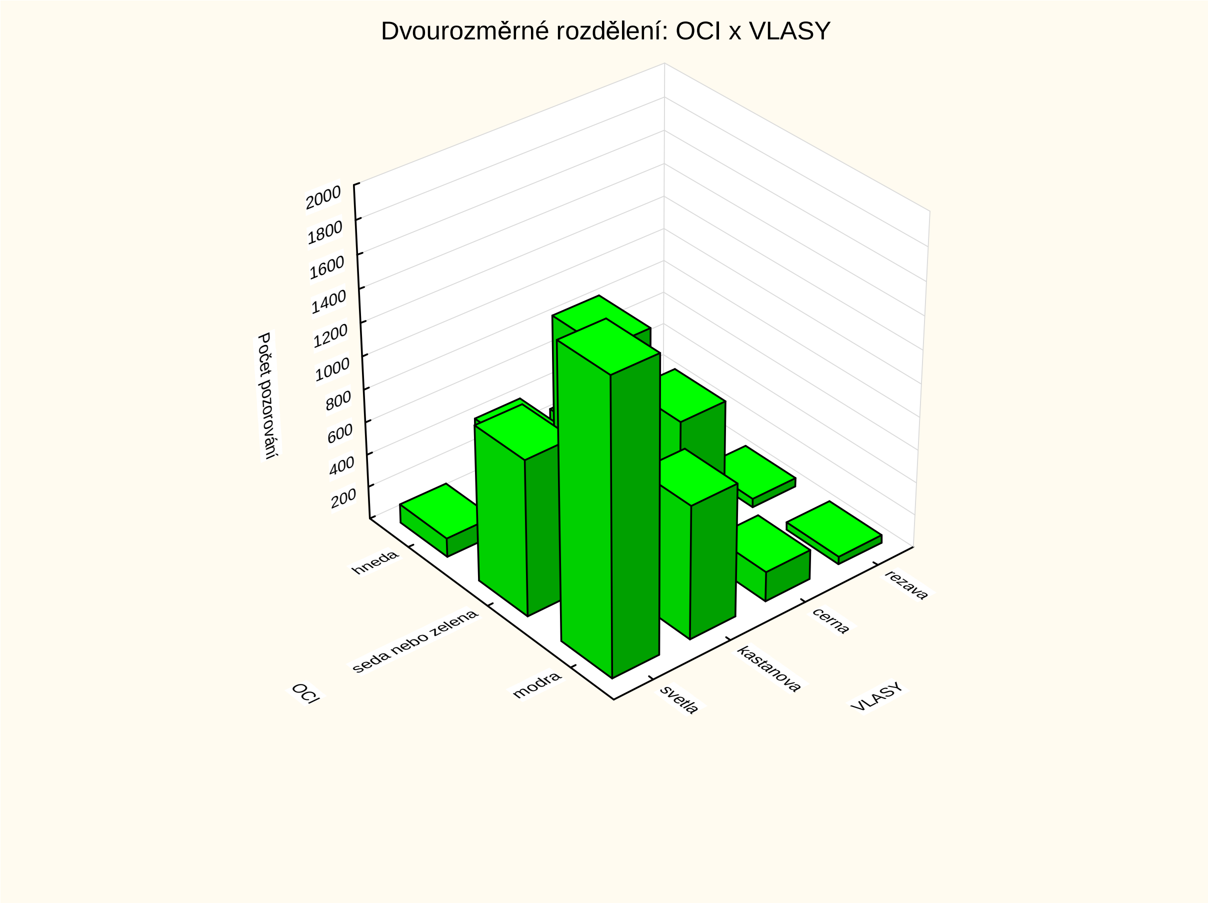
Podmínky dobré aproximace jsou splněny. Všechny teoretické četnosti jsou větší než 5. Nyní budeme testovat hypotézu o nezávislosti proměnných OCI, VLASY.

Návrat do Výsledky; kontingenční tabulky – na záložce Detaily zaškrtneme Pearsonův & M-L Chi - kvadrát, Phi & Cramerovo V – Detailní výsledky – Detailní 2 rozm. tabulky.

Statist.	Chí-kvadr.	sv	p
Pearsonův chí-kv.	1088,149	df=6	p=0,0000
M-V chí-kvadr.	1155,669	df=6	p=0,0000
Fí	,4002923		
Kontingenční koeficient	,3716246		
Cramér. V	,2830494		

Ve výstupní tabulce najdeme mj. hodnotu testové statistiky (Pearsonův chí-kv = 1088,149) s počtem stupňů volnosti (sv = 6) a odpovídající p-hodnotou (p = 0,0000), dále Cramérův koeficient (V = 0,283). Protože p-hodnota je mnohem menší než 0,05, nulovou hypotézu o nezávislosti barvy očí a barvy vlasů zamítáme na asymptotické hladině významnosti 0,05. Cramérův koeficient svědčí o slabé závislosti barvy očí a vlasů.

Pro grafické znázornění četností se vrátíme do Výsledky; kontingenční tabulky – Detailní výsledky – 3D histogramy.



Úkol k samostatnému řešení: Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu o nezávislosti pedagogické hodnosti a pohlaví a vypočtěte Cramérův koeficient vyjadřující intenzitu závislosti pedagogické hodnosti na pohlaví, jsou-li k dispozici následující údaje:

pohlaví	pedagogická hodnost		
	odb. asistent	docent	profesor
muž	32	15	8
žena	34	8	3

Výsledek: Podmínky dobré aproximace jsou splněny, pouze jediná teoretická četnost klesne pod 5. Testová statistika K nabývá hodnoty 3,5, p = 0,1739, tedy na asymptotické hladině významnosti 0,05 nezamítáme hypotézu o nezávislosti pedagogické hodnosti a pohlaví. Cramérův koeficient: V = 0,187.

Úkol 2.: Fisherův faktoriálový test
100 náhodně vybraných mužů a žen bylo dotázáno, zda dávají přednost nealkoholickému nápoji A či B. Údaje jsou uvedeny ve čtyřpolní kontingenční tabulce.

preferovaný nápoj	pohlaví	
	muž	žena
A	20	30
B	30	20

Na hladině významnosti 0,05 testujte pomocí Fisherova faktoriálového testu hypotézu, že preferovaný typ nápoje nezáleží na pohlaví respondenta.

Návod: Otevřeme datový soubor napoje AB.sta
Statistiky – Základní statistiky/tabulky – Kontingenční tabulky - Specif. tabulky – List 1 NAPOJ, List 2 POHLAVI, OK, Váhy - CETNOST, Stav zapnuto, OK – na záložce Možnosti zaškrtneme Fisher exakt, Yates, McNemar (2x2) – Detailní výsledky – Detailní 2-rozm. tabulky.

	Statist. : NAPOJ(2) x POHLAVI(2) (napoje AB.sta)		
Statist.	Chí-kvadr.	sv	p
Yatesův chí-kv.	3,240000	df=1	p=,07186
Fisherův přesný, 1-str.			p=,03567
Fisherův přesný, 2-str.			p=,07134
McNemarův chí-kv. (A/D)	,0250000	df=1	p=,87437
McNemarův chí-kv. (B/C)	,0166667	df=1	p=,89728

Ve výstupní tabulce je mimo jiné uvedena p-hodnota pro oboustranný a jednostranný test. V našem případě se jedná o oboustranný test (nevíme, zda muži více preferují nápoj A či nápoj B než ženy), zajímáme se tedy o Fisherův přesný, 2-str. Ta je 0,07134. Protože p-hodnota je větší než 0,05, nezamítáme na hladině významnosti 0,05 hypotézu, že preferovaný typ nápoje nezáleží na pohlaví respondenta.

Úkol 3.: Podíl šancí
Pro údaje z úkolu 2 vypočtěte podíl šancí a sestrojte 95% asymptotický interval spolehlivosti pro logaritmus podílu šancí. Pomocí tohoto intervalu spolehlivosti testujte na asymptotické hladině významnosti 0,05 hypotézu, že preferovaný typ nápoje nezáleží na pohlaví respondenta.

Návod: Nejprve zopakujme teorii:

Ve čtyřpolních tabulkách používáme charakteristiku $OR = \frac{ad}{bc}$, která se nazývá podíl šancí (odds ratio). Můžeme si představit, že pokus se provádí za dvojích různých okolností a může skončit buď úspěchem nebo neúspěchem.

Výsledek pokusu	okolnosti		$n_{j.}$
	I	II	
úspěch	a	b	a+b
neúspěch	c	d	c+d
$n_{.k}$	a+c	b+d	n

Poměr počtu úspěchů k počtu neúspěchů (tzv. šance) za 1. okolností je $\frac{a}{c}$, za druhých okolností je $\frac{b}{d}$. Podíl šancí je $OR = \frac{ad}{bc}$. Považujeme ho za odhad teoretického podílu šancí $o\rho$. Pomocí 100(1-α)% asymptotického intervalu spolehlivosti pro logaritmus teoretického podílu šancí $\ln o\rho$ (nebo přímo pro $o\rho$) lze na asymptotické hladině významnosti α testovat hypotézu o nezávislosti nominálních veličin X a Y.

Upozornění: Aby byly výpočty korektní, musí být splněny podmínky dobré aproximace.

Asymptotický 100(1-α)% interval spolehlivosti pro přirozený logaritmus teoretického podílu šancí má meze:

$\ln OR \pm \sqrt{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}+\frac{1}{d}}\,u_{1-\alpha/2}$. Jestliže interval spolehlivosti nezahrne 0, pak hypotézu o nezávislosti zamítneme na asymptotické hladině významnosti α.

Pokud test provedeme pomocí intervalu spolehlivosti pro oρ, výše uvedené meze odlogaritmujeme a sledujeme, zda tento interval pokrývá hodnotu 1.

V našem případě podíl šancí vypočteme ručně: $OR = \frac{ad}{bc} = \frac{20 \cdot 20}{30 \cdot 30} = \frac{4}{9} = 0,\overline{4}$.

Dolní a horní mez intervalu spolehlivosti pro ln oρ zjistíme pomocí STATISTIKY.

Ověříme splnění podmínek dobré aproximace a zjistíme, že všechny teoretické četnosti jsou 25.

Vytvoříme datový soubor o dvou proměnných DM a HM a dvou případech. Do Dlouhého jména proměnné DM napíšeme vzorec pro dolní mez:

=log(4/9)-sqrt(1/20+1/30+1/30+1/20)*VNormal(0,975;0;1)

a analogicky do Dlouhého jména proměnné HM napíšeme vzorec pro horní mez:

=log(4/9)+sqrt(1/20+1/30+1/30+1/20)*VNormal(0,975;0;1)

	1 DM	2 HM
1	-1,61108	-0,01078

Výsledek: -1,61108 < ln oρ < -0,01078 s pravděpodobností přibližně 0,95. Protože tento interval spolehlivosti neobsahuje 0**,** na asymptotické hladině významnosti 0,05 zamítáme hypotézu, že preferovaný typ nápoje nezáleží na pohlaví respondenta. Ke stejnému výsledku dospějeme, pokud použijeme Pearsonův chí-kvadrát test o nezávislosti.

Tento výsledek je v rozporu s výsledkem, ke kterému dospěl Fisherův přesný test. Fisherův test má obecně menší sílu než chí-kvadrát test.

Úkoly k samostatnému řešení:

1. 225 průmyslově chovaných králíků bylo vyšetřeno na výskyt protilátek proti toxoplasmose pomocí metody IFAT. Králíci nevykazovali žádné klinické příznaky onemocnění. Krevní vzorek byl považován za pozitivní, pokud metoda IFAT poskytla hodnotu aspoň 50. Králíci byli rozděleni do skupin podle věku.

Počty testovaných a počty séropozitivních králíků jsou uvedeny v tabulce:

Věková kategorie (měsíce)	Počet testovaných králíků	Počet pozitivních králíků
2 – 4	59	4
≥ 5 – 6	66	8
≥ 7 – 12	74	10
≥ 13 – 30	26	3

Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že výskyt protilátek proti toxoplasmose nezávisí na věku králíka.

Vytvořte kontingenční tabulku, kde roli řádkové proměnné bude hrát alternativní proměnná Y (Y = 1 pro pozitivního jedince, Y = 2 pro negativního jedince) a roli sloupcové proměnné pak věk. Spočtěte rovněž sloupcově podmíněné relativní četnosti. Uveďte hodnotu testové statistiky, příslušnou p-hodnotu a rozhodnutí o nulové hypotéze. Nezapomeňte ověřit splnění podmínek dobré aproximace. Vypočtěte Cramérův koeficient.

Návod

Příslušný datový soubor má tvar:

	1 Y	2 X	3 cetnost
1	ano	2-4	4
2	ano	5-6	8
3	ano	7-12	10
4	ano	13-30	3
5	ne	2-4	55
6	ne	5-6	58
7	ne	7-12	64
8	ne	13-30	23

Kontingenční tabulka absolutních a sloupcově podmíněných relativních četností:

	Y	X 2-4	X 5-6	X 7-12	X 13-30	Řádk. součty
Četnost	ano	4	8	10	3	25
Sloupc. četn.		6,78%	12,12%	13,51%	11,54%	
Četnost	ne	55	58	64	23	200
Sloupc. četn.		93,22%	87,88%	86,49%	88,46%	
Četnost	Vš.skup.	59	66	74	26	225

Kontingenční tabulka teoretických četností:

Y	X 2-4	X 5-6	X 7-12	X 13-30	Řádk. součty
ano	6,55556	7,33333	8,22222	2,88889	25,0000
ne	52,44444	58,66667	65,77778	23,11111	200,0000
Vš.skup.	59,00000	66,00000	74,00000	26,00000	225,0000

Podmínky dobré aproximace jsou splněny, pouze 1 z 8 teoretických četností (tj. 12,5 %) klesla pod 5, ale neklesla pod 2.

Výsledek Pearsonova chí-kvadrát testu nezávislosti:

Statist.	Chí-kvadr.	sv	p
Pearsonův chí-kv.	1,626185	df=3	p=,65347
M-V chí-kvadr.	1,760548	df=3	p=,62356

Hypotézu o nezávislosti výskytu protilátek proti toxoplasmose na věkové kategorii králíků nezamítáme na asymptotické hladině významnosti 0,05, protože p-hodnota je 0,6535, což je větší než 0,05.

Znamená to, že rozdíly mezi 6,78 %, 12,12 %, 13,51 % a 11,54 % lze na hladině významnosti 0,05 vysvětlit působením náhodných vlivů.

Cramérův koeficient:

Statist.	Chí-kvadr.
Cramér. V	,0850146

Vidíme, že mezi výskytem protilátek proti toxoplasmose a věkovou kategorií králíků existuje jen zanedbatelně slabá závislost.

2. Následující kontingenční tabulka ukazuje výsledky velmi slavného lékařského experimentu ze čtyřicátých let, který se zabýval účinkem streptomycinu při léčbě plicní tuberkulózy. Údaje z radiologického hodnocení po 6 měsících byly porovnány s tím, zda pacient patřil do léčené, nebo kontrolní skupiny. Lze na hladině významnosti 0,05 prokázat vztah mezi léčbou a výsledkem?

Radiologické hodnocení	Streptomycin	Kontrolní	Celkem
Významné zlepšení	28	4	32
Střední / malé zlepšení	10	13	23
Beze změn	2	3	5
Střední / malé zhoršení	5	12	17
Významné zhoršení	6	6	12
Smrt	4	14	18
Celkem	55	52	107

Výsledek: Testová statistika 26,96 je větší než kritická hodnota 15,09, nulovou hypotézu zamítáme na asymptotické hladině významnosti 0,05.

3. V průzkumu o kuřáctví bylo dotázáno 92 osob. Z 64 mužů jich kouří 19 a z 28 žen jich kouří 6.
a) Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že kouření se vyskytuje stejně často u mužů a žen. Použijte Pearsonův chí-kvadrát test i Fisherův přesný test.
b) Vypočtěte a interpretujte podíl šancí a stanovte meze 95% intervalu spolehlivosti pro podíl šancí.
Výsledek:
Ad a) Před provedením Pearsonova chí-kvadrát testu je zapotřebí ověřit splnění podmínek dobré aproximace. Je to v pořádku, všechny čtyři teoretické četnosti jsou větší než 5. Testová statistika Pearsonova chí-kvadrát testu je 0,6714, což je menší než kritická hodnota 3,84, nulovou hypotézu nezamítáme na asymptotické hladině významnosti 0,05.
Pro Fisherův přesný test vyjde p-hodnota 0,4576, což je větší než hladina významnosti 0,05, nulovou hypotézu nezamítáme na hladině významnosti 0,05.
Ab b) Podíl šancí je 1,55, což znamená, že u mužů je šance na kouření 1,55 x vyšší než u žen.
$0{,}5418 < o\rho < 4{,}4239$ s pravděpodobností aspoň 0,95.

4. 36 mužů onemocnělo určitou chorobou. Někteří z nich se léčili, jiní ne. Někteří se uzdravili, jiní zemřeli. Údaje jsou uvedeny ve čtyřpolní kontingenční tabulce.

přežití	léčení	
	ano	ne
ano	10	6
ne	12	8

Vypočtěte a interpretujte podíl šancí. Pomocí intervalu spolehlivosti pro podíl šancí testujte na asymptotické hladině významnosti 0,05 hypotézu, že přežití nezávisí na léčení proti tvrzení, že léčení zvyšuje šance na přežití.

Výsledek: $\mathrm{OR} = 1{,}\overline{1}$, nulovou hypotézu nezamítáme asymptotické hladině významnosti 0,05, protože levostranný 95% asymptotický interval spolehlivosti pro teoretický podíl šancí je (0,3576; ∞).