

9 Neparametrické úlohy o mediánech

Příklad 9.1. Jednovýběrový znaménkový test a jednovýběrový Wilcoxonův test

Z archivních materiálů máme k dispozici původní kranioметриcké údaje o šířce mozkovny (v mm) žen starověké egyptské populace. Údaje jsou uvedeny v následující tabulce

vzorek	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
šířka mozkovny – ženy	133	134	132	137	135	135	136	137	135	137	137	136	139	126	130

Současně máme k dispozici průměrnou hodnotu šířky mozkovny žen novověké egyptské populace $\bar{x}_f = 131$ mm. Na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ testujte hypotézu, že šířka mozkovny žen starověké egyptské populace je stejná jako šířka mozkovny žen novověké egyptské populace.

Řešení příkladu 9.1

Nejprve musíme ověřit předpoklad **normality** naměřených hodnot.

Test normality

- H_0 : Data z normálního rozdělení.
- H_1 : Data z normálního rozdělení.

Hladina významnosti $\alpha = \dots$. Protože náhodný výběr naměřených hodnot má rozsah, což je méně než 30, použijeme na testování hypotézy o normalitě dat test.

[1] 0.04627647

1

P -hodnota vyšla Protože p -hodnota α , H_0 na hladině významnosti $\alpha = 0.05$.

Interpretace výsledku testu normality: Data pochází / nepochází z normálního rozdělení.

Protože data pochází / nepochází z normálního rozdělení, použijeme k otestování hypotézy o shodě největší šířky mozkovny žen starověké a novověké egyptské populace parametrický / neparametrický jednovýběrový test o

- H_0 :
- H_1 : (..... alternativa).
- Hladina významnosti $\alpha = \dots$.

Jednovýběrový znaménkový test

a) Testování pomocí kritického oboru

[1] 13

2

[1] 15

3

Testovací statistika S_Z^+ nabývá hodnoty, počet nenulových rozdílů $n = \dots$, kritický obor má potom tvar Protože $S_Z^+ \dots W$, H_0 na hladině významnosti $\alpha = \dots$.

b) Testování pomocí intervalu spolehlivosti

Proti oboustranné alternativě postavíme oboustranný IS.

[1] 133.1782

4

[1] 137

5

Interval spolehlivosti má tvar Protože, H_0 na hladině významnosti $\alpha =$

c) Testování pomocí p -hodnoty

[1] 0.007385

6

P -hodnota vyšla Protože p -hodnota α , H_0 na hladině významnosti $\alpha =$

Jednovýběrový Wilcoxonův test

a) Testování pomocí kritického oboru

[1] 109.5

7

[1] 10.5

8

[1] 15

9

Statistika $S_1 =$, statistika $S_2 =$ Výsledná testovací statistika $S_W = \min(S_1, S_2) =$ Počet nenulových rozdílů $n =$, kritický obor má potom tvar Protože $S_W > W$, H_0 na hladině významnosti $\alpha =$

b) Testování pomocí intervalu spolehlivosti

Proti oboustranné alternativě postavíme oboustranný IS.

[1] 132.9999

10

[1] 136.4999

11

Interval spolehlivosti má tvar Protože, H_0 na hladině významnosti $\alpha =$

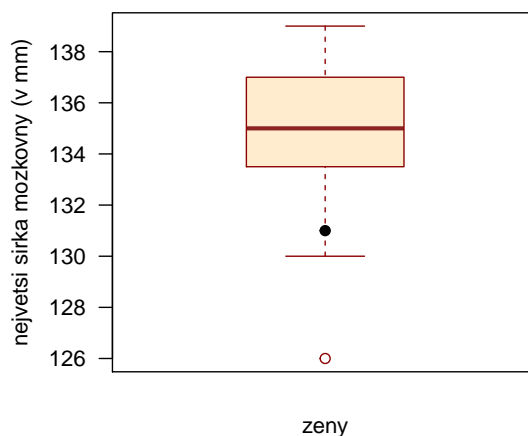
c) Testování pomocí p -hodnoty

[1] 0.004768905

12

P -hodnota vyšla Protože p -hodnota α , H_0 na hladině významnosti $\alpha =$

Krabicový diagram



Interpretace výsledků: Mezi největší šířkou mozkovny u žen starověké egyptské populace a u žen novověké egyptské populace existuje / neexistuje statisticky významný rozdíl.

Příklad 9.2. Párový znaménkový test a párový Wilcoxonův test

Načtete datový soubor 03-paired-means-clavicle2.txt a odstraňte z načtených dat NA hodnoty. Na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ testujte, zda je u žen délka klíční kosti na levé straně statisticky významně větší než na straně pravé.

Řešení příkladu 9.2

U párového testu musíme nejprve ověřit **normalitu rozdílů** mezi naměřenými hodnotami na levé a pravé straně.

Test normality rozdílů na levé a pravé straně

- H_0 : Rozdíly mezi levou a pravou stranou **pochází** z normálního rozdělení.
- H_1 : Rozdíly mezi levou a pravou stranou **nepochází** z normálního rozdělení.

Hladina významnosti $\alpha = \dots\dots\dots$. Protože náhodný výběr rozdílů má rozsah $\dots\dots\dots$, což je více než 30, použijeme na testování hypotézy o normalitě dat $\dots\dots\dots$ test.

[1] 0.04809869 13

P -hodnota vyšla $\dots\dots\dots$. Protože p -hodnota $\dots\dots\dots$ α , H_0 $\dots\dots\dots$ na hladině významnosti $\alpha = 0.05$.

Interpretace výsledku testu normality: Rozdíly mezi levou a pravou stranou pochází / nepochází z normálního rozdělení.

Protože rozdíly pochází / nepochází z normálního rozdělení, musíme k otestování hypotézy ze zadání použít parametrický / neparametrický párový test o $\dots\dots\dots$.

- H_0 : $\dots\dots\dots \rightarrow \dots\dots\dots \rightarrow \dots\dots\dots$
- H_1 : $\dots\dots\dots \rightarrow \dots\dots\dots \rightarrow \dots\dots\dots$
($\dots\dots\dots$ alternativa).
- Hladina významnosti $\alpha = \dots\dots\dots$

Párový znaménkový test

a) Testování pomocí kritického oboru

[1] 24 14

[1] 43 15

Testovací statistika S_Z^\pm nabývá hodnoty $\dots\dots\dots$, počet nenulových rozdílů $n = \dots\dots\dots$. Protože tabulky pro nalezení kritických hodnot znaménkového testu pro jednostrannou alternativu nemáme k dispozici, nemůžeme testování pomocí kritického oboru provést.

b) Testování pomocí intervalu spolehlivosti

Proti $\dots\dots\dots$ alternativě postavíme $\dots\dots\dots$ IS.

[1] -0.3503022 16

Interval spolehlivosti má tvar $\dots\dots\dots$. Protože $\dots\dots\dots$, H_0 $\dots\dots\dots$ na hladině významnosti $\alpha = \dots\dots\dots$.

c) Testování pomocí p -hodnoty

[1] 0.2712 17

P -hodnota vyšla $\dots\dots\dots$. Protože p -hodnota $\dots\dots\dots$ α , H_0 $\dots\dots\dots$ na hladině významnosti $\alpha = \dots\dots\dots$.

Párový Wilcoxonův test

a) Testování pomocí kritického oboru

[1] 628

18

[1] 647

19

[1] 43

20

Statistika $S_1 = \dots$, statistika $S_2 = \dots$. Výsledná testovací statistika $S_W = \min(S_1, S_2) = \dots$. Počet nenulových rozdílů $n = \dots$. Protože tabulky pro nalezení kritických hodnot znaménkového testu pro jednostrannou alternativu nemáme k dispozici, nemůžeme testování pomocí kritického oboru provést.

b) Testování pomocí intervalu spolehlivosti

Proti alternativě postavíme IS.

[1] 2.860125e-07

21

Interval spolehlivosti má tvar Protože, H_0 na hladině významnosti $\alpha = \dots$

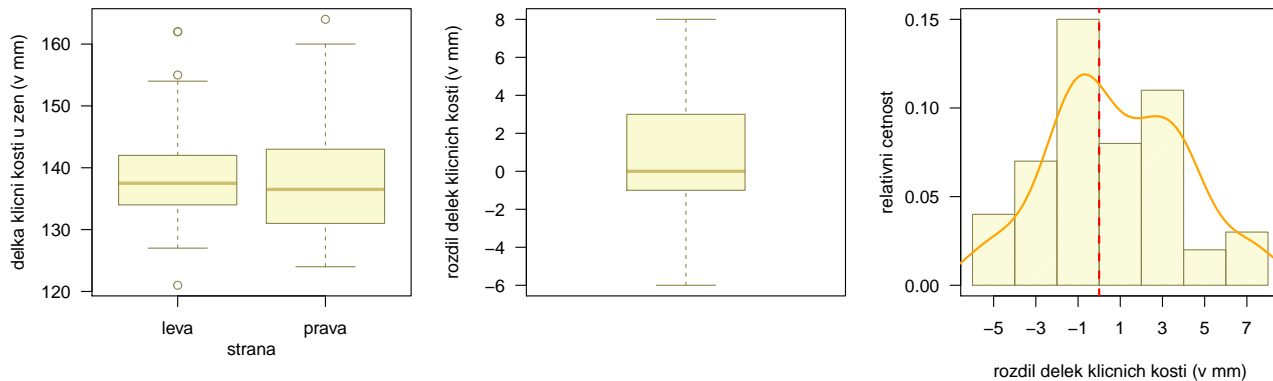
c) Testování pomocí p -hodnoty

[1] 0.03002835

22

P -hodnota vyšla Protože p -hodnota α , H_0 na hladině významnosti $\alpha = \dots$

Krabicový graf



Rozebírá výsledek: Znaménkový test **nezamítá** hypotézu H_0 . Naopak Wilcoxonův test **zamítá** hypotézu H_0 . Při použití Wilcoxonova testu totiž předpokládáme jednak spojitost dat a jednak **symetrii** dat okolo mediánu (narozdíl od znaménkového testu, který požaduje pouze spojitost dat). Z pohledu na histogram vidíme, že data okolo mediánu příliš symetrická nejsou. Proto se přikloníme k závěru znaménkového testu.

Interpretace výsledků: Délka levé klíční kosti u žen je / není statisticky významně vyšší než délka pravé klíční kosti.

Příklad 9.3. Dvouvýběrový Wilcoxonův test

Z archivních materiálů máme k dispozici původní kranioметриcké údaje o šířce mozkovny (v mm) 7 mužů a 15 žen ze starověké egyptské populace. Údaje jsou uvedeny v následující tabulce

vzorek	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
šířka mozkovny – ženy	133	134	132	137	135	135	136	137	135	137	137	136	139	126	130
šířka mozkovny – muži	132	132	133	130	143	132	137								

Na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ testujte hypotézu, že šířka mozkovny mužů a šířka mozkovny žen starověké egyptské populace je stejná. Pro lepší představu sestrojte krabicové diagramy pro obě pohlaví.

Řešení příkladu 9.3

V rámci tohoto příkladu pracujeme se náhodnými výběry. První výběr obsahuje údaje o šířce mozkovny starověké egyptské populace, druhý výběr obsahuje údaje o šířce mozkovny u starověké egyptské populace.

Před testováním nulové hypotézy ze zadání musíme nejprve ověřit **normalitu** naměřených hodnot, a sice zvlášť v každém výběru. (V případě splnění předpokladu normality bychom dále museli ověřit **shodu rozptylů** obou náhodných výběrů).

Test normality naměřených hodnot pro muže

Protože máme dva výběry, musíme provést test normality dat pro každý výběr zvlášť.

- H_0 : Naměřené hodnoty pro muže **pochází** z normálního rozdělení.
- H_1 : Naměřené hodnoty pro muže **nepochází** z normálního rozdělení.

Hladina významnosti $\alpha = \dots\dots\dots$. Protože náhodný výběr naměřených šířek mozkovny u mužů má rozsah , což je méně než 30, použijeme na testování hypotézy o normalitě dat test.

[1] 0.04180268 23

P -hodnota vyšla Protože p -hodnota α , H_0 na hladině významnosti $\alpha = 0.05$.

Test normality naměřených hodnot pro ženy

- H_0 : Naměřené hodnoty pro ženy **pochází** z normálního rozdělení.
- H_1 : Naměřené hodnoty pro ženy **nepochází** z normálního rozdělení.

Hladina významnosti $\alpha = \dots\dots\dots$. Protože náhodný výběr rozdílů naměřených šířek mozkovny u žen má rozsah , což je méně než 30, použijeme na testování hypotézy o normalitě dat test.

[1] 0.04627647 24

P -hodnota vyšla Protože p -hodnota α , H_0 na hladině významnosti $\alpha = 0.05$.

Interpretace výsledků testů normality: Naměřené hodnoty největší šířky mozkovny pro muže i pro ženy pochází / nepochází z normálního rozdělení.

Protože alespoň jeden z náhodných výběrů pochází / nepochází z normálního rozdělení, test o shodě rozptylů již ani provádět nemusíme. K otestování hypotézy o shodě největší šířky mozkovny žen a mužů použijeme parametrický / neparametrický dvouvýběrový test o

- H_0 : \rightarrow
- H_1 : \rightarrow (..... alternativa).
- Hladina významnosti $\alpha =$

Dvouvýběrový Wilcoxonův test

a) Testování pomocí kritického oboru

[1] 39.5 25

[1] 65.5 26

Statistika $U_1 =$, statistika $U_2 =$ Výsledná testovací statistika $U_W = \min(U_1, U_2) =$ Rozsah prvního výběru $n_1 =$, rozsah druhého výběru $n_2 =$, kritický obor má potom tvar Protože U_W W , H_0 o shodě mediánů $x_{0.5}$ a $y_{0.5}$ na hladině významnosti $\alpha =$

b) Testování pomocí intervalu spolehlivosti

Proti alternativě postavíme IS.

[1] -3.000022 27

[1] 4.999987 28

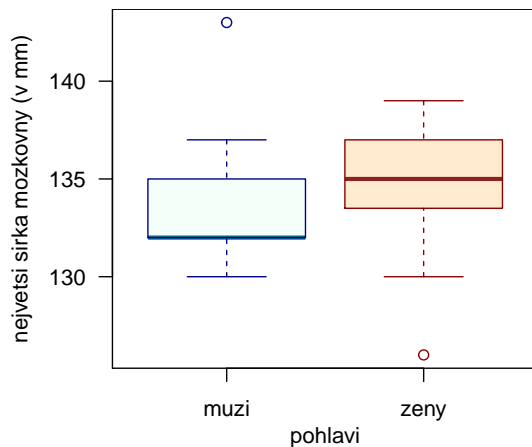
Interval spolehlivosti má tvar Protože, H_0 o shodě mediánů $x_{0.5}$ a $y_{0.5}$ na hladině významnosti $\alpha =$

c) Testování pomocí p -hodnoty

[1] 0.3543915 29

P -hodnota vyšla Protože p -hodnota α , H_0 na hladině významnosti $\alpha =$

Krabicový diagram



Interpretace výsledků: Mezi největší šířkou mozkovny u mužů starověké egyptské populace a u žen starověké egyptské populace existuje / neexistuje statisticky významný rozdíl.