

5 Bodové a intervalové odhady parametrů

5.1 Základní pojmy matematické statistiky

- popisná statistika ... datový soubor → závěry o datovém souboru
- **matematická statistika** ... náhodný výběr → statistiky → závěry o tvaru rozdělení a parametrech
- X_1, \dots, X_n – náhodné veličiny, které mají všechny stejné rozdělení $L(\theta)$ → dohromady tvoří **náhodný výběr** rozsahu n z rozdělení $L(\theta)$
- číselné realizace x_1, \dots, x_n náh.výběru X_1, \dots, X_n tvoří **datový soubor**
- **statistika** = libovolná **funkce** náhodného výběru: $T = T(X_1, \dots, X_n)$

5.1.1 Jednorozměrné statistiky (pro jeden znak)

Nechť X_1, \dots, X_n je náhodný výběr, $n \geq 2$.

1. *Výběrový průměr*

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

2. *Výběrový rozptyl*

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

3. *Výběrová směrodatná odchylka*

$$s = \sqrt{s^2}$$

5.1.2 Dvourozměrné statistiky (pro dva znaky najednou)

Nechť $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$ je náhodný výběr z dvourozměrného rozdělení, \bar{x} a \bar{y} jsou výběrové průměry a s_1^2 a s_2^2 jsou výběrové rozptyly.

1. *Výběrová kovariance*

$$s_{12} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

2. *Výběrový koeficient korelace*

$$r_{12} = \frac{s_{12}}{\sqrt{s_1^2 s_2^2}} = \frac{s_{12}}{s_1 s_2}$$

5.2 Bodové a intervalové odhady parametrů

- $X_1 \dots X_n \dots$ náhodný výběr z rozdělení $L(\theta)$ s parametrem θ .
- θ neznáme; chceme ho odhadnout
- **Bodový odhad parametru θ** ... statistika $T_n = T(X_1 \dots X_n)$
- **Intervalový odhad parametru θ** ... interval (D, H) , který s dostatečně velkou pravděpodobností pokrývá hodnotu parametru θ ; (D, H ... statistiky)

5.2.1 Bodový odhad parametru θ

- typy bodových odhadů
 1. nestranný ... hodnotu param. θ ani nepodhodnocuje, ani nenadhodnocuje
 2. vychýlený ... není-li odhad nestranný, je vychýlený
 3. asymptotický ... s rostoucím n se přesnost odhadu zvětšuje
- vlastnosti bodových odhadů
- $X_1, \dots, X_n \dots$ náh. výběr se střední hodnotou μ , rozptylem σ^2 .
 1. \bar{x} je nestranným odhadem μ (parametr θ)
 2. s^2 je nestranným odhadem σ^2 (parametr θ)
- $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n) \dots$ náhodný výběr z dvourozměrného rozdělení s kovariancí σ_{12} a koeficientem korelace ρ .
 1. s_{12} je nestranným odhadem σ_{12} (parametr θ)
 2. r_{12} je asymptoticky nestranným odhadem ρ (parametr θ)

5.2.2 Intervalový odhad parametru θ ; Interval spolehlivosti (IS)

Nechť $\alpha \in (0, 1)$; koeficient α nazýváme **riziko**; koeficient $(1 - \alpha)$ nazýváme **spolehlivost**

1. Interval $(D, H) \dots 100(1 - \alpha)\%$ oboustranný IS pro param. θ
2. Interval $(D, \infty) \dots 100(1 - \alpha)\%$ levostranný IS pro param. θ
3. Interval $(-\infty, H) \dots 100(1 - \alpha)\%$ pravostranný IS pro param. θ

Bodové a intervalové odhady budeme sestrojovat pro

- parametry normálního rozdělení: $\mu, \sigma^2, \sigma, \rho$
- parametr alternativního rozdělení: p .