5 Bodové a intervalové odhady

Příklad 5.1. Bodové odhady parametrů μ a σ^2 normálního rozdělení
Načtěte datový soubor 01-one-sample-mean-skull-mf.txt a odstraňte z načtených dat NA hodnoty. Mějme náhodnou veličinu X popisující *největší šířku mozkovny* u skeletů mužského pohlaví. Za předpokladu, že náhodná veličina X pochází z normálního rozdělení se střední hodnotou μ a rozptylem σ^2, tj. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, stanovte nestranný (bodový) odhad (a) střední hodnoty μ; (b) rozptylu σ^2; (c) směrodatné odchylky σ.

Řešení příkladu 5.1

```
    prumer rozptyl sm.odch
1 137.1852 23.2772  4.8246
```

Nestranný odhad střední hodnoty největší šířky mozkovny pro skelety mužského pohlaví je .... mm. Nestranný odhad rozptylu (resp. směrodatné odchylky) největší šířky mozkovny pro skelety mužského pohlaví je .... mm^2 (resp. .... mm). To znamená, že největší šířka mozkovny skeletů mužského pohlaví se pohybuje okolo hodnoty .... mm se směrodatnou odchylkou .... mm.

Příklad 5.2. Bodové odhady parametrů σ_{12} a ρ dvourozměrného normálního rozdělení
Načtěte datový soubor 01-one-sample-mean-skull-mf.txt a odstraňte z načtených dat NA hodnoty. Mějme náhodnou veličinu X popisující *největší šířku mozkovny* a náhodnou veličinu Y popisující *největší délku mozkovny* u skeletů mužského pohlaví. Za předpokladu, že náhodný vektor $(X, Y)^T$ pochází z dvourozměrného normálního rozdělení, tj. $(X, Y)^T \sim N_2(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$, kde $\boldsymbol{\mu}$ je vektor středních hodnot a $\boldsymbol{\Sigma}$ je varianční matice, stanovte (a) nestranný (bodový) odhad kovariance σ_{12}; (b) asymptoticky nestranný (bodový) odhad korelačního koeficientu ρ.

Řešení příkladu 5.2

```
  kovariance korel_koef
1       5.18     0.1682
```

Nestranný odhad kovariance největší šířky a délky mozkovny pro skelety mužského pohlaví je .... Asymptoticky nestranný odhad korelačního koeficientu největší šířky a délky mozkovny pro skelety mužského pohlaví je .... To znamená, že mezi největší šířkou a délkou mozkovny u skeletů mužského pohlaví existuje .... stupeň .... závislosti.

Příklad 5.3. Intervalové odhady parametrů normálního rozdělení
Načtěte datový soubor 01-one-sample-mean-skull-mf.txt a odstraňte z načtených dat NA hodnoty. Mějme náhodnou veličinu X popisující *největší šířku mozkovny* u skeletů mužského pohlaví. Za předpokladu, že náhodná veličina X pochází z normálního rozdělení se střední hodnotou μ a rozptylem σ^2, tj. $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, stanovte (a) 95 % intervalový odhad střední hodnoty μ (b) 95 % intervalový odhad rozptylu σ^2 (resp. směrodatné odchylky σ); (c) 99 % levostranný intervalový odhad střední hodnoty μ; (c) 90 % pravostraný intervalový odhad směrodatné odchylky σ.

Řešení příkladu 5.3

```
     dh.mu    hh.mu
1 136.5381 137.8322
```

```
  dh.sig2 hh.sig2 dh.sig hh.sig
1 19.4351 28.3895 4.4085 5.3282
```

```
      D.mu
1 136.4158
```

```
   H.sig
1 5.1473
```

95 % empirický interval spolehlivosti pro střední hodnotu největší šířky mozkovny u skeletů mužského pohlaví má tvar .... To znamená, že .... $< \mu <$ .... s pravděpodobností 95 %. To znamená, že v 95 případech ze sta bude střední hodnota největší šířky mozkovny u skeletů mužského pohlaví

nabývat hodnoty z intervalu ....

95 % empirický interval spolehlivosti pro rozptyl největší šířky mozkovny u skeletů mužského pohlaví má tvar .... To znamená, že .... $< \sigma^2 <$ .... s pravděpodobností 95 %. To znamená, že v 95 případech ze sta bude rozptyl největší šířky mozkovny u skeletů mužského pohlaví nabývat hodnoty z intervalu ....

95 % empirický interval spolehlivosti pro směrodatnou odchylku největší šířky mozkovny u skeletů mužského pohlaví má tvar .... To znamená, že .... $< \sigma <$ .... s pravděpodobností 95 %. To znamená, že v 95 případech ze sta bude směrodatná odchylka největší šířky mozkovny u skeletů mužského pohlaví nabývat hodnoty z intervalu ....

99 % levostranný empirický interval spolehlivosti pro střední hodnotu největší šířky mozkovny u skeletů mužského pohlaví má tvar .... To znamená, že $\mu >$ .... s pravděpodobností 99 %. To znamená, že v 99 případech ze sta bude střední hodnota největší šířky mozkovny u skeletů mužského pohlaví .... než ....

90 % pravostranný empirický interval spolehlivosti pro směrodatnou odchylku největší šířky mozkovny u skeletů mužského pohlaví má tvar .... To znamená, že $\sigma <$ .... s pravděpodobností 90 %. To znamená, že v 90 případech ze sta bude směrodatná odchylka největší šířky mozkovny u skeletů mužského pohlaví .... než ....

Příklad 5.4. Bodový odhad parametru p alternativního rozdělení
Načtěte datový soubor 17-anova-newborns.txt a odstraňte z načtených dat NA hodnoty. Mějme náhodnou veličinu X popisující *ženské pohlaví* novorozenců. Za předpokladu, že náhodná veličina X pochází z alternativního rozdělení s parametrem p, tj. $X \sim Alt(p)$, kde p je pravděpodobnost narození holčičky, stanovte bodový odhad parametru p.

Řešení příkladu 5.4

```
[1] 0.4797395
```

Bodový odhad pravděpodobnosti narození holčičky je .... To znamená, že k narození holčičky dojde s pravděpodobností ....

Příklad 5.5. Intervalový odhad parametru p alternativního rozdělení
Načtěte datový soubor 17-anova-newborns.txt a odstraňte z načtených dat NA hodnoty. Mějme náhodnou veličinu X popisující *ženské pohlaví* novorozenců. Za předpokladu, že náhodná veličina X pochází z alternativního rozdělení s parametrem p, tj. $X \sim Alt(p)$, stanovte 95 % intervalový odhad parametru p.

Řešení příkladu 5.5
Intervalový odhad parametru p alternativního rozdělení vypočítáme pomocí 95% intervalu spolehlivosti definovaného vzorcem

$$\left(\widehat{p} - u_{1-\alpha/2}\sqrt{\widehat{p}(1-\widehat{p})/N}\ ;\ \widehat{p} - u_{\alpha/2}\sqrt{\widehat{p}(1-\widehat{p})/N}\right),$$

kde $\widehat{p}$ je bodový odhad parametru p, N je rozsah náhodného výběru a $u_{1-\alpha/2}$, (resp. $u_{\alpha/2}$) je $(1-\alpha/2)$-kvantil (resp. $\alpha/2$-kvantil) normálního rozdělení, $u_{1-\alpha/2}$=qnorm(1-alpha/2).

```
    dh.p   hh.p
1 0.4534 0.5061
```

95 % empirický IS pro pravděpodobnost narození holčičky p má tvar .... To znamená, že .... $< p <$ .... s pravděpodobností 95 %. To znamená, že pravděpodobnost narození holčičky se pohybuje v rozmezí .... – .... s pravděpodobností 95 %.