

MATEMATICKÁ ANALÝZA 1, učitelské studium

vzorová písemka při zkoušce 2019/2020

I. část

1. Načrtněte grafy následujících funkcí (do samostatných obrázků)
a) $f: y = (-x)^{\frac{2}{3}}$, b) $g: y = 2 \operatorname{arctg} |x|$.
2. Určete definiční obor D funkce $f: y = \ln(1 + \cos x)$ a rozhodněte, zda je
a) periodická, b) sudá, c) shora ohraničená.
3. Zapište, co znamená, že posloupnost $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ má limitu rovnou
a) číslu -3 , b) $-\infty$.
4. K funkci $f: y = \pi + 2 \arcsin x$ určete inverzní funkci g (předpis $y = g(x)$, definiční obor a obor hodnot).
5. Napište tvar rozkladu funkce $f(x) = (x^3 + 1)/(x^4 - 2x^2 - 8)$ na parciální zlomky, přitom neznámé koeficienty nepočítejte.
6. Výrokem s kvantifikátory a nerovnostmi zapište, co znamená $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$.
7. Přímo z definice vypočtěte derivaci funkce $f: y = x^2 + x$ v bodě -2 .
8. Zapište, co znamená, že funkce f má v bodě -5 lokální maximum rovné číslu 6.
Varianta: ... má v bodě 4 ostré maximum na intervalu $\langle -1, 5 \rangle$ rovné číslu 0.
Varianta: Najděte rovnici tečny ke grafu funkce $f: y = 8/x$ s bodem dotyku $[2, ?]$.
9. Zapište užitím limit, co znamená, že přímka $x = -4$ je asymptotou grafu funkce f s definičním oborem $(-\infty, -4)$. Varianta: ... že přímka $y = 3x - 2$ je asymptotou grafu funkce f pro $x \rightarrow -\infty$.
10. Pomocí diferenciálu určete přibližnou hodnotu $\sqrt{0,99}$.

II. část

1. Derivujte a výsledek vždy upravte:

$$\text{a) } f: y = \ln \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}}, \quad \text{b) } g: y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x^2 - 2}.$$

2. Vypočtěte limity (a, b jsou daná, navzájem různá reálná čísla):

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow a} \left[(a^2 - x^2) \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2a} \right], \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{(x+a)(x+b)} - x \right).$$

3. Vyšetřete průběh funkce $f: y = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+1}}$. K přibližnému určení významných hodnot využijte $\sqrt{5} \doteq 2,2$, $\sqrt{41} \doteq 6,4$.