

Sada příkladů č. 4. skupina A

Funkce, derivace

1. Vypočítejte následující derivace

(a) $x^4 + \frac{1}{x^3} + \sqrt{x} + e^x$	$(4x^3 - \frac{3}{x^4} + \frac{1}{2\sqrt{x}} + e^x)$
(b) $\ln(x+1)$	$(\frac{1}{x+1})$
(c) $\tan(x^2) + \cos(\ln(x))$	$(\frac{2x}{(\cos(x^2))^2} - \frac{\sin(\ln(x))}{x})$
(d) $\sin(x) \cdot a^x$	$(\cos(x) \cdot a^x + \sin(x) \cdot a^x \cdot \ln a)$
(e) $\frac{\sin(x)}{x+1}$	$(\frac{\cos(x)(x+1) - \sin(x)}{(x+1)^2})$
(f) $\frac{\ln(x)}{x^2-1}$	$(\frac{(x-\frac{1}{x}) - \ln(x) \cdot 2x}{(x^2-1)^2})$
(g) $\sqrt{x+1} \cdot \cos(x)$	$(\frac{\cos(x)}{2\sqrt{x+1}} - \sqrt{x+1} \cdot \sin(x))$

2. Vypočítejte derivace vyšších řádů

(a) $(\sin(x) \cdot x^2)''$	$(-\sin(x) \cdot x^2 + \cos(x) \cdot 2x + \cos(x) \cdot 2x + 2\sin(x))$
(b) $(\frac{x-3}{x+2})''$	$(\frac{-5}{(x+1)^3})$
(c) $(\ln(x+1))'''$	$(\frac{2}{(x+1)^3})$

3. Vypočítejte limity s použitím L'Hospitalova pravidla

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{\sin(x)}$	(0)
(b) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 6x^2 + 5x - 12}{x^2 + 7x + 12}$	(-4)
(c) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 6x^2 + x - 12}{x^2 + 7x + 12}$	(∞)

4. Pro funkci $f(x) = \ln(x)$:

- | | |
|---|----------------------------|
| (a) nakreslete její graf | |
| (b) určete definiční obor | (R^+) |
| (c) určete obor hodnot | (R) |
| (d) uveďte hodnoty funkce v zajímavých bodech | $(\ln(1) = 0, \ln(e) = 1)$ |