

Sada příkladů č. 4. skupina B

Funkce, derivace

1. Vypočítejte následující derivace

(a) $3x^5 + \frac{1}{\sqrt{x}} - \ln(x) + \sin(x)$	$\left(15x^2 - \frac{1}{2\sqrt{x^3}} + \frac{1}{x} + \cos(x)\right)$
(b) $e^{(x^2)}$	$\left(2x \cdot e^{x^2}\right)$
(c) $\cos(x^2) + \sin(\ln(x))$	$\left(-2x \cdot \sin(x^2) + \cos(\ln(x)) \cdot \frac{1}{x}\right)$
(d) $\tan(x) \cdot a^x$	$\left(\frac{1}{(\cos(x))^2} \cdot a^x + \tan(x) \cdot a^x \cdot \ln(a)\right)$
(e) $\frac{x+1}{\sin(x)}$	$\left(\frac{\sin(x) + (x+1) \cdot \cos(x)}{(\sin(x))^2}\right)$
(f) $\frac{\ln(x)}{x^2+1}$	$\left(\frac{(x+\frac{1}{x}) - \ln(x) \cdot 2x}{(x^2+1)^2}\right)$
(g) $\sqrt{x+1} \cdot \sin(x)$	$\left(\frac{1}{2\sqrt{x+1}} \cdot \sin(x) + \sqrt{x+1} \cdot \cos(x)\right)$

2. Vypočítejte derivace vyšších řádů

(a) $(\cos(x) \cdot (x^2 + 1))''$	$(-\cos(x) \cdot (x^2 + 1) - 2\sin(x) \cdot (2x) + -2x \cdot \cos(x))$
(b) $\left(\frac{x-1}{x+2}\right)''$	$\left(\frac{6}{(x+2)^3}\right)$
(c) $(\ln(x^2))'''$	$\left(\frac{-1}{2 \cdot \sqrt{x^3}}\right)$

3. Vypočítejte limity s použitím L'Hospitalova pravidla

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x^2 - x}$	(-1)
(b) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + x^2 - 4x - 4}{x^2 + 4x + 4}$	(neexistuje)
(c) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + x^2 - 4x}{x^2 + 4x + 4}$	(∞)

4. Pro funkce $f(x) = \sin(x)$:

- | | |
|--|----------------|
| (a) nakreslete její graf | |
| (b) určete definiční obor | (\mathbb{R}) |
| (c) určete obor hodnot | $([-1, 1])$ |
| (d) uveďte hodnoty funkce v zajímavých bodech | |
| $(\sin(0) = 0, \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1, \sin(\pi) = 0, \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -1)$ | |