

Sada příkladů č. 4. skupina C

Funkce, derivace

1. Vypočítejte následující derivace

(a) $x^2 + \sqrt{x^3} - e^x + \ln(x)$	$\left(2x + \frac{3}{2\sqrt{x}} - e^x + \frac{1}{x}\right)$
(b) $e^{\sin(x)}$	$(e^{\sin(x)}) \cdot \cos(x)$
(c) $\cos(e^x) + \sin(\ln(x))$	$(-\sin(e^x) \cdot e^x + \cos(\ln(x)) \cdot \frac{1}{x})$
(d) $x^2 \cdot a^x$	$(2x \cdot a^x + x^2 \cdot a^x \cdot \ln a)$
(e) $\frac{x^2+x}{\sin(x)}$	$\left(\frac{(2x+1)\sin(x) - (x^2+x) \cdot \cos(x)}{\sin^2(x)}\right)$
(f) $\frac{\ln(x)}{x^2}$	$\left(\frac{1-2x \cdot \ln(x)}{x^3}\right)$
(g) $\ln(x) \cdot \sin(x)$	$\left(\frac{1}{x} \cdot \sin(x) + \ln(x) \cos(x)\right)$

2. Derivace vyšších řádů

(a) $(\ln(x) \cdot (x^2 + 1))''$	$\left(2 - \frac{1}{x^2} + \ln(x)\right)$
(b) $\left(\frac{x^2+1}{x+2}\right)''$	$\left(\frac{12x^2+24x+9}{(x+2)^3}\right)$
(c) $(e^{x^2})'''$	$\left((8x^2 + 4x + 4) \cdot e^{x^2}\right)$

3. Vypočítejte limity s použitím L'Hospitalova pravidla

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{x^2+x}$	(1)
(b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3+2x^2-5x-6}{x^2-5x+6}$	(<i>neexistuje</i>)
(c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3+6x^2+x-6}{x^2-5x+6}$	(∞)

4. Pro funkci $f(x) = \cos(x)$:

- | | |
|---|--|
| (a) nakreslete její graf | |
| (b) určete definiční obor | (R) |
| (c) určete obor hodnot | ($\langle -1, 1 \rangle$) |
| (d) uveďte hodnoty funkce v zajímavých bodech | |
| | $(\cos(0) = 1, \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0, \cos(\pi) = -1, \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0)$ |