

Sada příkladů č. 4. skupina D

Funkce, derivace

1. Vypočítejte následující derivace

(a) $\frac{1}{\sqrt{x}} - \ln(x) + \cos(x)$	$\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x} - \sin(x)\right)$
(b) $\ln(\sin(x))$	$(\cot g(x))$
(c) $\sin(e^x) - \cos(\ln(x))$	$\left(\cos(e^x) \cdot e^x + \frac{\sin(\ln(x))}{x}\right)$
(d) $(x^2 + 1) \cdot a^x$	$(2x \cdot a^x + (x^2 + 1) \cdot \ln(a) \cdot a^x)$
(e) $\frac{x^2}{\sin(x)}$	$\left(\frac{2x \cdot \sin(x) - x^2 \cdot \cos(x)}{\sin^2(x)}\right)$
(f) $\frac{\ln(x)}{x^2}$	$\left(\frac{1 - 2x \cdot \ln(x)}{x^3}\right)$
(g) $\ln(x + 1) \cdot \cos(x)$	$\left(\frac{\cos(x)}{x+1} - \ln(x + 1) \cdot \sin(x)\right)$

2. Derivace vyšších řádů

(a) $(\ln(x) \cdot (x^2 + x))''$	$(3 + 2 \cdot \ln(x))$
(b) $\left(\frac{x^2}{x+2}\right)''$	$\left(\frac{(2x+4)(x+2)+2x^2+8x}{(x+2)^3}\right)$
(c) $(e^{x+1})'''$	(e^{x+1})

3. Vypočítejte limity s použitím L'Hospitalova pravidla

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{x^2 + x}$	(0)
(b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x^2 - x - 6}{x^2 - x - 2}$	<i>(neexistuje)</i>
(c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}{x^2 - x - 2}$	(5)

4. Pro funkci $f(x) = e^x$:

(a) nakreslete její graf	
(b) určete definiční obor	(\mathbb{R})
(c) určete obor hodnot	(\mathbb{R}^+)
(d) uveďte hodnoty funkce v zajímavých bodech	$(e^0 = 1, e^1 = e)$