

# Sada příkladů č. 7. skupina C

## Extrémy funkcí dvou proměnných 1

1. Určete první parciální derivace následujících funkcí:

$$(a) \quad f(x, y) = xy^2 + \ln(x) + \frac{1}{y} \quad (x : y^2 + \frac{1}{x}, y : 2xy - \frac{1}{y^2})$$

$$(b) \quad f(x, y) = x^2 \sin(y) \quad (x : 2x \sin(y), y : x^2 \cos(y))$$

$$(c) \quad f(x, y) = \cos(x^3 + 2y) \quad (x : -3x^2 \sin(x^3 + 2y), y : -2 \sin(x^3 + 2y))$$

$$(d) \quad f(a, b) = e^{\left(\frac{a^2}{b}\right)} \quad (a : \frac{2a}{b} e^{\frac{a^2}{b}}, b : -\frac{a^2}{b^2} e^{\frac{a^2}{b}})$$

$$(e) \quad f(r, s) = \sin(s + s^2) \cos(r^2) \quad (r : -2r \sin(s + s^2) \sin(r^2), \\ s : (1 + 2s) \cos(s + s^2) \cos(r^2))$$

$$(f) \quad f(r, s) = \frac{r+1}{s-1} \quad \left(\frac{1}{s-1}, \frac{-r-1}{(s-1)^2}\right)$$

2. Určete druhou parciální derivaci následujících funkcí:

$$(a) \quad f(x, y) = xy^2 + \ln(x) + \frac{1}{y} \quad (xx : -\frac{1}{x^2}, xy, yx : 2y, yy : 2x + \frac{2}{y^3})$$

$$(b) \quad f(x, y) = x^2 \sin(y) \quad (xx : 2 \sin(y), xy, yx : 2x \cos(y), yy : -x^2 \sin(y))$$

$$(c) \quad f(x, y) = \cos(x^3 + 2y) \quad (xx : -6x \sin(x^3 + 2y) - 9x^4 \cos(x^3 + 2y), \\ xy, yx : -6x^2 \cos(x^3 + 2y), yy : -4 \cos(x^3 + 2y))$$

$$(d) \quad f(a, b) = e^{\left(\frac{a^2}{b}\right)} \quad (aa : \frac{2}{b} e^{\frac{a^2}{b}} + \frac{4a^2}{b^2} e^{\frac{a^2}{b}}, ab, ba : \frac{2a}{b^2} e^{\frac{a^2}{b}} + \frac{a^4}{b^4} e^{\frac{a^2}{b}}, \\ bb : \frac{2a^2}{b^3} e^{\frac{a^2}{b}} + \frac{a^4}{b^4} e^{\frac{a^2}{b}})$$

$$(e) \quad f(r, s) = \sin(s + s^2) \cos(r^2) \quad (rr : \sin(s + s^2) (-2 \sin(r^2) - 4r^2 \cos(r^2)), rs, sr : -2r(2s + 1) \sin(s + s^2) \sin(r^2), \\ ss : \cos(r^2) (2 \cos(s + s^2) - (1 + 2s)^2 \sin(s + s^2)))$$

$$(f) \quad f(r, s) = \frac{r+1}{s-1} \quad (rr : 0, rs, sr : \frac{-1}{(s-1)^2}, ss : \frac{2(r+1)}{(s-1)^3})$$