

Sada příkladů č. 7. skupina D

Extrémy funkcí dvou proměnných 1

1. Určete první parciální derivace následujících funkcí:

$$(a) \quad f(x, y) = x^2y + \ln(x) + \frac{x}{y^2} \quad (x : 2xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{y^2}, y : x^2 - \frac{2x}{y^3})$$

$$(b) \quad f(x, y) = x^2 \cos(y^2) \quad (x : 2x \cos(y^2), y : -2yx^2 \sin(y^2))$$

$$(c) \quad f(x, y) = \sin(3x + 2y) \quad (x : 3 \cos(3x + 2y), y : 2 \cos(3x + 2y))$$

$$(d) \quad f(a, b) = e^{\frac{a^2}{b}} b \quad (a : 2ae^{\frac{a^2}{b}}, b : e^{\frac{a^2}{b}} - e^{\frac{a^2}{b}} \frac{a^2}{b})$$

$$(e) \quad f(r, s) = \sin(s) \cos(2r) \quad (r : -r \sin(s) \sin(2r), s : \cos(s) \cos(2r))$$

$$(f) \quad f(r, s) = \frac{r}{\ln(s)} \quad (r : \frac{1}{\ln(s)}, s : \frac{-r}{s(\ln(s))^2})$$

2. Určete druhou parciální derivaci následujících funkcí:

$$(a) \quad f(x, y) = x^2y + \ln(x) + \frac{x}{y^2} \quad (xx : 2y - \frac{1}{x^2}, xy, yx : 2x - \frac{2}{y^3}, yy : \frac{6x}{y^4})$$

$$(b) \quad f(x, y) = x^2 \cos(y^2) \quad (xx : 2 \cos(y^2), xy, yx : -4xy \sin(y^2), yy : 4y^2 x^2 \cos(y^2) - 2x^2 \sin(y^2))$$

$$(c) \quad f(x, y) = \sin(3x + 2y) \quad (xx : -9 \sin(3x + 2y), xy, yx : -6 \sin(3x + 2y), yy : -4 \sin(3x + 2y))$$

$$(d) \quad f(a, b) = e^{\frac{a^2}{b}} b \quad (aa : 2e^{\frac{a^2}{b}} \frac{4a^2}{b} e^{\frac{a^2}{b}}, ab, ba : \frac{-2a^3}{b^2} e^{\frac{a^2}{b}}, bb : -\frac{a^2}{b^2} e^{\frac{a^2}{b}} + \frac{a^2}{b^2} e^{\frac{a^2}{b}} + \frac{a^4}{b^3} e^{\frac{a^2}{b}})$$

$$(e) \quad f(r, s) = \sin(s) \cos(2r) \quad (rr : -4 \sin(s) \cos(2r), rs, sr : -2 \cos(s) \cos(2r), ss : \sin(s) \cos(2r))$$

$$(f) \quad f(r, s) = \frac{r}{\ln(s)} \quad (rr : 0, rs, sr : \frac{-1}{s(\ln(s))^2}, ss : \frac{r \ln(s) + r}{s^2(\ln(s))^4})$$