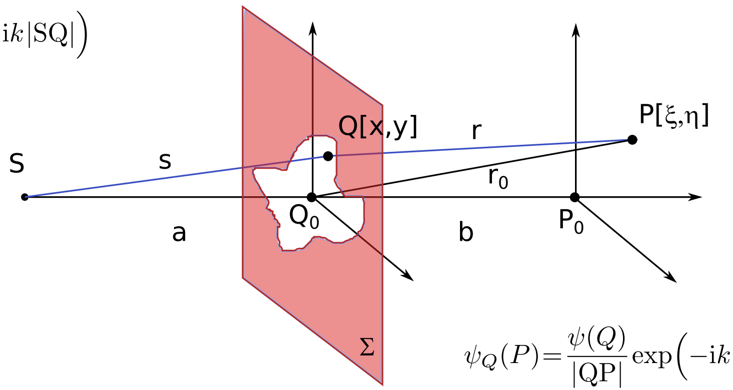
D. Hemzal
hemzal@physics.muni.cz

Fraunhoferova difrakce. Předpokládejte difrakci na rovinném terčíku s obecným otvorem Σ. Zdrojem světla je bodový monochromatický zářič S, centrovaný před terčíkem ve vzdálenosti a a difrakci pozorujeme v bodě $P[\xi,\eta]$ na rovinném stínítku rovnoběžném s terčíkem ve vzdálenosti b za ním po směru letu světla.

Nalezněte vyjádření difrakčního integrálu v lineární aproximaci terčíkových souřadnic $Q(x,y)$; vzdálenosti QP aproximujte konstantní vzdáleností $r_0 \equiv Q_0 P$ ke středu Q_0 otvoru terčíku.

$$\psi(Q) = \frac{A}{|\mathrm{SQ}|} \exp\Big(-\mathrm{i}k|\mathrm{SQ}|\Big)$$



$$\psi_Q(P) = \frac{\psi(Q)}{|\mathrm{QP}|} \exp\Big(-\mathrm{i}k|\mathrm{QP}|\Big)$$

$$\psi(P) = A \iint_{Q\in\Sigma} \frac{K(\chi)}{|\mathrm{SQ}|\cdot|\mathrm{QP}|} \exp\Big(-\mathrm{i}k(|\mathrm{SQ}|+|\mathrm{QP}|)\Big) d\Sigma, \qquad K(\chi) = \frac{1}{\mathrm{i}\lambda}\frac{1+\cos\chi}{2}$$

D. Hemzal
hemzal@physics.muni.cz

Fraunhoferova difrakce. Předpokládejte difrakci na rovinném terčíku s obecným otvorem Σ. Zdrojem světla je bodový monochromatický zářič S, centrovaný před terčíkem ve vzdálenosti a a difrakci pozorujeme v bodě $P[\xi,\eta]$ na rovinném stínítku rovnoběžném s terčíkem ve vzdálenosti b za ním po směru letu světla.

Nalezněte vyjádření difrakčního integrálu v lineární aproximaci terčíkových souřadnic $Q(x,y)$; vzdálenosti QP aproximujte konstantní vzdáleností $r_0 \equiv Q_0 P$ ke středu Q_0 otvoru terčíku.

$$\psi(P) = A \iint_{Q\in\Sigma} \frac{K(\chi)}{s\cdot r} \exp\Big(-\mathrm{i}k(\mathrm{s}+\mathrm{r})\Big) d\Sigma, \qquad K(\chi) \doteq \frac{1}{\mathrm{i}\lambda}$$

$$s\cdot r \to a\cdot b, \qquad s+r = (s-a)+(r-r_0)+(a+r_0)$$

$$\psi(P) = A\exp\Big(-k(a+r_0)\Big) \iint_{Q\in\Sigma} \frac{1}{\mathrm{i}\lambda ab} \exp\Big(-\mathrm{i}k(\mathrm{s}-\mathrm{a}+\mathrm{r}-\mathrm{r}_0)\Big) d\Sigma$$

$$r_0 = \sqrt{b^2+\xi^2+\eta^2} \qquad s = \sqrt{a^2+x^2+y^2} \approx a + \frac{1}{2a}(x^2+y^2)$$

$$r = \sqrt{b^2+(x-\xi)^2+(y-\eta)^2} = \sqrt{r_0^2 - 2(x\xi+y\eta)+(x^2+y^2)} \approx r_0 - \frac{x\xi+y\eta}{r_0} + \frac{x^2+y^2}{2r_0}$$

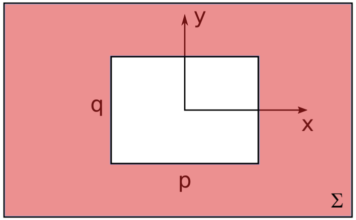
$$\phi \equiv -k(\mathrm{s}-\mathrm{a}+\mathrm{r}-\mathrm{r}_0) \approx k\left(\frac{x\xi+y\eta}{r_0} - \frac{x^2+y^2}{2a} - \frac{x^2+y^2}{2r_0}\right)$$

$$\psi(P) \doteq A_{\mathrm{D}} \iint_{Q\in\Sigma} \exp\left(\mathrm{i}k\frac{x\xi+y\eta}{r_0}\right) \mathrm{d}\Sigma, \quad A_{\mathrm{D}} = \frac{\mathrm{i}A}{\lambda ab} \exp\Big(\mathrm{i}[\omega t - k(a+r_0)]\Big)$$

D. Hemzal
hemzal@physics.muni.cz

S využitím Fraunhoferova integrálu vypočtěte difrakci na centrovaném obdélníkovém otvoru o velikosti $p \times q$. Určete polohy maxim a šířku centrálního maxima.

$$\psi(\xi,\eta) \doteq A_\mathrm{D} \iint_{Q\in\Sigma} \exp\left(\mathrm{i}k\frac{x\xi + y\eta}{r_0}\right) \mathrm{d}\Sigma$$



$$\psi(\xi,\eta) \doteq A_\mathrm{D} \int_{-p/2}^{p/2} \exp\left(\mathrm{i}k\frac{x\xi}{r_0}\right) \mathrm{d}x \int_{-q/2}^{q/2} \exp\left(\mathrm{i}k\frac{y\eta}{r_0}\right) \mathrm{d}y$$

$$\int_{-p/2}^{p/2} \exp\left(\mathrm{i}k\frac{x\xi}{r_0}\right) \mathrm{d}x = \frac{r_0}{\mathrm{i}k\xi}\left[\exp\left(\mathrm{i}k\frac{x\xi}{r_0}\right)\right]_{-p/2}^{p/2} = \frac{r_0}{\mathrm{i}k\xi}\, 2\mathrm{i}\,\sin\left(\frac{kp\xi}{2r_0}\right)$$

$$\psi(\xi,\eta) = A_\mathrm{D}pq\,\mathrm{sinc}\left(\frac{kp\xi}{2r_0}\right)\mathrm{sinc}\left(\frac{kq\eta}{2r_0}\right), \quad I_{pq} = \psi\psi^*$$

$$\text{FWHM: } \frac{kp\xi}{2r_0} = \pi \quad \rightarrow \quad \xi_0 = \lambda\frac{r_0}{p}$$