D. Hemzal
hemzal@physics.muni.cz

3. **Složené kmity.** Uvažujte nezávislé oscilace $x = A_x \sin(\omega_x t + \phi_x)$, $y = A_y \sin(\omega_y t + \phi_y)$ v rovině xy. Vyloučením času z obou rovnic nalezněte možné polarizační stavy světla, víte-li, že Maxwellovy rovnice připouští nejobecněji řešení $\omega_x = \omega_y$; bez újmy na obecnosti předpokládejte $\phi_y = 0$.

Vyjdeme ze zadání, amplituda bude mít význam komponent elektrického pole vlny,

$$x = E_x \sin(\omega t + \phi) \qquad y = E_y \sin(\omega t).$$

Aplikujeme goniometrický vzorec,

$$\frac{x}{E_x} = \sin(\omega t)\cos\phi + \cos(\omega t)\sin\phi \qquad \frac{y}{E_y} = \sin(\omega t).$$

Vzájemným dosazením s využitím goniometrické jedničky dokážeme eliminovat čas a získat tak průmět trajektorie koncového bodu vektoru elektrické intenzity:

$$\frac{x}{E_x} = \frac{y}{E_y}\cos\phi + \sqrt{1 - \left(\frac{y}{E_y}\right)^2}\sin\phi.$$

Získanou křivku zbývá již jen přepsat do čitelnějšího tvaru.

D. Hemzal
hemzal@physics.muni.cz

3. **Složené kmity.** Uvažujte nezávislé oscilace $x = A_x \sin(\omega_x t + \phi_x)$, $y = A_y \sin(\omega_y t + \phi_y)$ v rovině xy. Vyloučením času z obou rovnic nalezněte možné polarizační stavy světla, víte-li, že Maxwellovy rovnice připouští nejobecněji řešení $\omega_x = \omega_y$; bez újmy na obecnosti předpokládejte $\phi_y = 0$.

$$\frac{x}{E_x} = \frac{y}{E_y} \cos\phi + \sqrt{1 - \left(\frac{y}{E_y}\right)^2} \sin\phi$$

V získané rovnici přeskupíme členy a umocníme obě strany na druhou:

$$\left(\frac{x}{E_x} - \frac{y}{E_y} \cos\phi\right)^2 = \left[1 - \left(\frac{y}{E_y}\right)^2\right] \sin^2\phi$$

Po úpravě

$$\left(\frac{x}{E_x}\right)^2 - 2\frac{x}{E_x}\frac{y}{E_y} \cos\phi + \left(\frac{y}{E_y}\right)^2 = \sin^2\phi$$

Dá se ukázat, že jsme získali rovnici elipsy v rovině xy, natočené a s obecnými poloosami.

D. Hemzal
hemzal@physics.muni.cz

3. **Složené kmity.** Uvažujte nezávislé oscilace $x = A_x \sin(\omega_x t + \phi_x)$, $y = A_y \sin(\omega_y t + \phi_y)$ v rovině xy. Vyloučením času z obou rovnic nalezněte možné polarizační stavy světla, víte-li, že Maxwellovy rovnice připouští nejobecněji řešení $\omega_x = \omega_y$; bez újmy na obecnosti předpokládejte $\phi_y = 0$.

$$\left(\frac{x}{E_x}\right)^2 - 2\frac{x}{E_x}\frac{y}{E_y}\cos\phi + \left(\frac{y}{E_y}\right)^2 = \sin^2\phi$$

Prozkoumejme speciální případy:

1. složky kmitají ve fázi, $\phi = 0$:

$$\left(\frac{x}{E_x}\right)^2 - 2\frac{x}{E_x}\frac{y}{E_y} + \left(\frac{y}{E_y}\right)^2 = 0$$

lze převést na čtverec rozdílu, odkud

$$\frac{x}{E_x} - \frac{y}{E_y} = 0 \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{E_x}{E_y},$$

čili směr vektoru E v rovině xy je stálý - jedná se o lineární polarizaci.

2. složky kmitají se zpožděním $\phi = \pi/2$:

$$\left(\frac{x}{E_x}\right)^2 + \left(\frac{y}{E_y}\right)^2 = 1,$$

čili koncový vektor opisuje v rovině xy rovnoosou elipsu - při $E_x = E_y$ se jedná o kruhovou polarizaci.