

## Fyzikální praktikum 2

### 5. Magnetické pole

#### Úkoly k měření

##### Povinná část

- Měření horizontální složky intenzity magnetického pole Země Gaussovým magnetometrem.

##### Varianty povinně volitelné části

- A. Magnetická odezva feromagnetického materiálu (hysterezní smyčka).
- B. Stínění magnetického pole ve válcové dutině.

#### Povinná část

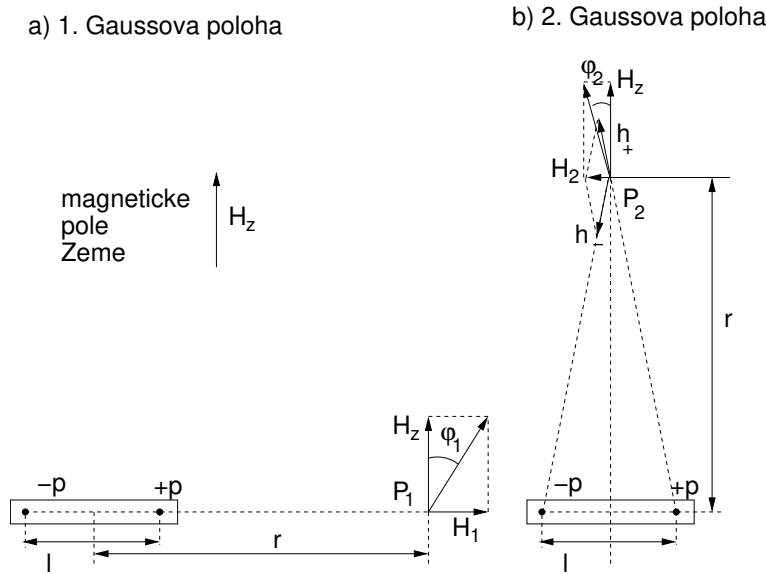
##### Teorie

Znalost průběhu magnetického pole v okolí Země je důležitá pro mnoho oborů jako je například geografie, geologie a podobně. Vlastnosti magnetického pole Země popisuje intenzita magnetického pole, obvykle značená  $\mathbf{H}$ . V každém bodě můžeme vektor intenzity rozdělit na horizontální a vertikální složku, v dalším se soustředíme jen na měření horizontální složky  $H_z$ .

Princip metody měření Gaussovým magnetometrem spočívá v porovnání intenzity zemského magnetického pole s intenzitou permanentního magnetu pomocí magnetické střelky jako detektoru směru lokálního magnetického pole. Magnetické pole v okolí magnetického dipólu s dipólovým momentem  $\mathbf{m}$  je

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi r^3} \left[ \frac{3(\mathbf{r} \cdot \mathbf{m})\mathbf{r}}{r^2} - \mathbf{m} \right], \quad (5.1)$$

kde  $\mathbf{r}$  je polohový vektor vzhledem k poloze magnetického dipólu. V reálném případě se ovšem rozměry permanentního magnetu vzhledem ke vzdálenosti, ve které měříme, nedají zanedbat. Proto je třeba tento vztah integrovat přes celý magnet s danou objemovou hustotou dipólového momentu. Přibližně lze výpočet magnetického pole provést nahrazením tyčového permanentního magnetu dvěma fiktivními magnetickými monopóly o magnetickém množství  $+p$  a  $-p$  ve vzdálenosti  $l$  od sebe, jak je znázorněno na obrázku 5.1. Intenzita magnetického pole se pak spočte pomocí analogie s elektrostatickým dipólem magnetostatickou obdobou Coulombova zákona. Je však třeba zdůraznit, že tyto magnetické monopóly jsou pouze fiktivní a ve skutečnosti jako takové neexistují, slouží pouze jako pomůcka k usnadnění výpočtu.



Obrázek 5.1: Schéma experimentálního uspořádání. Magnetické pole v Gaussových polohách ( $P_1$  první Gaussova poloha,  $P_2$  druhá) v okolí permanentního magnetu a jeho skládání s magnetickým polem Země. Permanentní magnet je vždy orientován kolmo ke směru magnetického pole Země.

První Gaussova poloha označuje případ, kdy měříme pole v ose permanentního magnetu. Magnetická intenzita v bodě  $P_1$  je dána vztahem

$$H_1 = \frac{1}{4\pi\mu_0} \left[ \frac{p}{(r - l/2)^2} - \frac{p}{(r + l/2)^2} \right], \quad (5.2)$$

kde  $r$  je vzdálenost od středu magnetu a  $l$  jeho redukovaná délka. Po úpravě dostaneme vztah

$$H_1 = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{2M}{r^3(1 - \lambda^2)^2}, \quad (5.3)$$

kde  $\lambda = \frac{l}{2r}$  a  $M = pl$  je magnetický moment magnetu.

Magnetické pole v druhé Gaussově poloze  $P_2$ , v přímce vedoucí středem magnetu a kolmé k jeho ose, sečteme z polí  $h_+$  a  $h_-$ .

$$h_+ = h_- = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{p}{r^2 + l^2/4} = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{p}{r^2(1 + \lambda^2)}. \quad (5.4)$$

Poměr intenzity  $H_2$  k  $h_+$  je dán vztahem

$$\frac{H_2}{h_+} = \frac{l}{r\sqrt{1 + \lambda^2}}. \quad (5.5)$$

Magnetická intenzita v druhé Gaussově poloze se pak spočte jako

$$H_2 = \frac{1}{4\pi\mu_0} \frac{M}{r^3(1 + \lambda^2)^{3/2}}. \quad (5.6)$$

Známe tedy intenzitu magnetického pole v bodech  $P_1$  a  $P_2$ . Umístíme magnet tak, aby jeho osa směřovala kolmo ke směru magnetického pole Země. Výchylka magnetky v první Gaussově poloze z jejího původního směru k magnetickému pólu Země je  $\varphi_1$ , přičemž platí

$$\tan \varphi_1 = \frac{H_1}{H_z} = \frac{1}{4\pi\mu_0 H_z} \frac{2M}{r^3(1 - \lambda^2)^2}. \quad (5.7)$$

Obdobně v místě  $P_2$  se střelka vychýlí o úhel  $\varphi_2$

$$\tan \varphi_2 = \frac{H_2}{H_z} = \frac{1}{4\pi\mu_0 H_z} \frac{M}{r^3(1+\lambda^2)^{3/2}}. \quad (5.8)$$

Z každého z těchto vztahů lze již určit velikost magnetického pole Země, známe-li redukovanou délku magnetu  $l$  a velikost magnetického momentu  $M$ . Kombinací obou vztahů však můžeme dospět k vyjádření, kde redukováná délka magnetu přímo nevystupuje. Umocníme-li vztah (5.7) na třetí mocninu a (5.8) na čtvrtou, dostaneme

$$\left(\frac{M}{4\pi\mu_0 H_z}\right)^3 = \frac{1}{8} r^9 \tan^3 \varphi_1 (1-\lambda^2)^6 \quad (5.9)$$

$$\left(\frac{M}{4\pi\mu_0 H_z}\right)^4 = r^{12} \tan^4 \varphi_2 (1+\lambda^2)^6. \quad (5.10)$$

Vzájemným vynásobením těchto vztahů dostaneme

$$\left(\frac{M}{4\pi\mu_0 H_z}\right)^7 = \frac{1}{8} r^{21} \tan^3 \varphi_1 \tan^4 \varphi_2 (1-\lambda^4)^6. \quad (5.11)$$

Měříme-li ve vzdálenosti mnohem větší než je délka magnetu, platí  $r \gg l$  a tedy i  $\lambda^4 \ll 1$ , pak platí

$$\frac{M}{H_z} = 4\pi\mu_0 r^3 \sqrt[7]{\left(\frac{\tan \varphi_1}{2}\right)^3 \tan^4 \varphi_2}. \quad (5.12)$$

Na odmocninu na pravé straně se můžeme dívat jako na geometrický průměr, který můžeme nahradit aritmetickým a dostaneme tak zjednodušený vztah

$$\frac{M}{H_z} = \frac{4\pi\mu_0 r^3}{7} \left(\frac{3 \tan \varphi_1}{2} + 4 \tan \varphi_2\right). \quad (5.13)$$

Tento výraz se od předchozího vztahu (5.12) liší o veličinu řádu  $\lambda^4$ , kterou můžeme zanedbat.

Magnetický moment magnetu určíme z periody kmitů magnetu v magnetickém poli Země. Je-li osa magnetu stočena vůči magnetickému poli Země o úhel  $\varphi$ , pak na něj působí magnetický moment velikosti

$$MH_z \sin \varphi \approx MH_z \varphi.$$

Pohybová rovnice magnetu je pak dána vztahem

$$J \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + MH_z \varphi + D\varphi = 0, \quad (5.14)$$

kde  $J$  je moment setrvačnosti magnetu a  $D$  je torzní moment závěsu. Používáme vlákno s velmi malým torzním momentem, který můžeme vzhledem k velikosti magnetického silového momentu zanedbat.

Magnet potom harmonicky kmitá s kruhovou frekvencí  $\omega$  danou vztahem

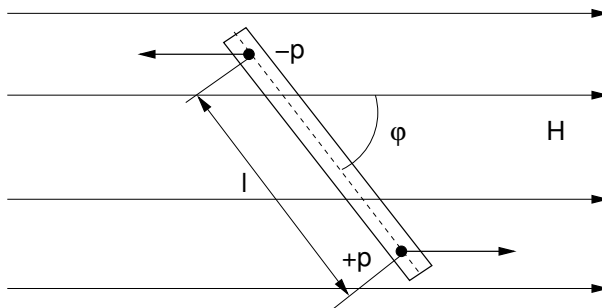
$$\omega^2 = \frac{MH_z}{J}. \quad (5.15)$$

Vyjádříme frekvenci pomocí doby kyvu magnetu  $\tau = T/2$ , kde  $T$  je perioda kmitů, a dostaneme

$$MH_z = \frac{\pi^2 J}{\tau^2}. \quad (5.16)$$

Moment setrvačnosti válcového magnetu je dán vztahem

$$J = \frac{m}{4} \left(R^2 + \frac{l^2}{3}\right), \quad (5.17)$$



Obrázek 5.2: Kmity permanentního magnetu v magnetickém pole Země.

kde  $m$  je hmotnost magnetu,  $R$  jeho poloměr a  $l$  délka. Pro magnet tvaru hranolu je jeho moment setrvačnosti

$$J = \frac{m}{12} (l^2 + b^2), \quad (5.18)$$

kde  $b$  je šířka magnetu a na výšce nezáleží.

Vztahy (5.13) a (5.16) nám udávají veličiny  $A = M/H_z$  a  $B = MH_z$ . Z těchto veličin určíme velikost horizontální složky intenzity magnetického pole Země jako

$$H_z = \sqrt{\frac{B}{A}}. \quad (5.19)$$

Magnetický moment permanentního magnetu můžeme obdobně určit jako

$$M = \sqrt{AB}. \quad (5.20)$$

## Úkoly

1. Změřte výchylku stříelky v obou Gaussových polohách magnetu pro tři různé vzdálenosti  $r$  od středu magnetu. Měření provádějte na obě strany od magnetu a také pro magnet otočený o  $180^\circ$ .
2. Změřte periodu kmitů magnetu v magnetickém poli Země, rozměry a hmotnost magnetu.
3. Určete velikost horizontální složky magnetické pole Země pomocí vztahů (5.13), (5.16) a (5.19).

## Varianta A: Magnetická odezva feromagnetického materiálu.

### Teorie

Vztah mezi magnetickou intenzitou  $\mathbf{H}$  a magnetickou indukcí  $\mathbf{B}$  je dán vztahem

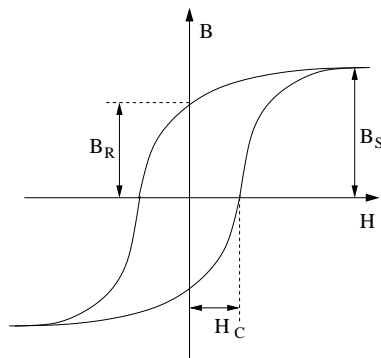
$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}), \quad (5.21)$$

kde  $\mathbf{M}$  je vektor magnetizace, který udává objemovou hustotu magnetického momentu. V případě paramagnetických a diamagnetických materiálů v e slabém magnetickém poli můžeme závislost magnetizace na okolním poli předpokládat v lineárním tvaru

$$\mathbf{M} = \chi \mu_0 \mathbf{H}, \quad (5.22)$$

kde  $\chi$  je magnetická susceptibilita, která je kladná pro paramagnetické a záporná pro diamagnetické materiály. Pro většinu materiálů s výjimkou přechodových kovů a jejich sloučením je

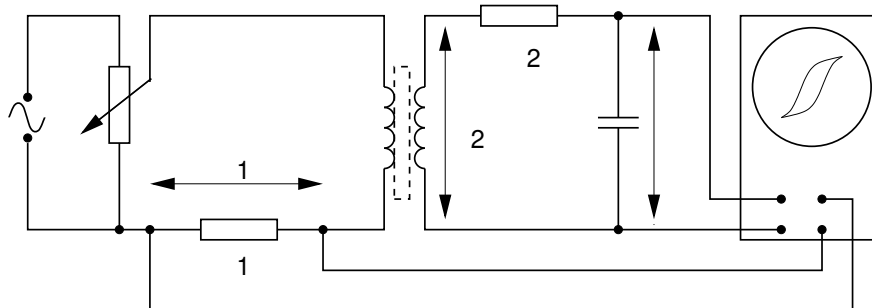
susceptibilita velmi malá okolo  $10^{-6}$  až  $10^{-9}$ . Zřejmě též platí  $\mathbf{B} = (1 + \chi)\mu_0\mathbf{H} = \mu_r\mu_0\mathbf{H}$ , kde  $\mu_r$  je relativní permeabilita. V obecném případě je susceptibilita tenzorem a vektory magnetizace a intenzity nemusejí mít stejný směr. Pro feromagnetické materiály však není závislost magnetické indukce na intenzitě pole lineární a vykazuje hysterezní závislost, jejíž typický průběh ukazuje obrázek 5.3.



Obrázek 5.3: Typický průběh magnetické hysterezní smyčky.

Základní odlišnost feromagnetických materiálů od ostatních je schopnost vykazovat magnetizaci bez vnějšího magnetického pole. Magnetizace každého materiálu může dosahovat pouze jisté maximální hodnoty, kdy jsou všechny přítomné magnetické momenty orientovány stejným směrem. Takováto magnetizace se nazývá nasycená (saturační)  $M_s$  a její velikost je dána přibližně součinem koncentrace atomů a magnetického momentu každého atomu. Po odstranění vnějšího magnetického pole zůstává v materiálu remanentní (zbytková) magnetizace  $M_R$ . Hysterezní křivku dále popisuje veličina zvaná koercitivní pole (koercitivní síla)  $H_C$ , která udává velikost vnějšího pole, při kterém je celková magnetická indukce v materiálu nulová. Koercitivní pole udává informaci o velikosti pole potřebného ke změně orientace magnetického pole v materiálu. Materiály dělíme podle velikosti koercitivního pole na magneticky měkké (pro  $H_C$  menší než přibližně  $10^3$  A/m) a magneticky tvrdé (pro  $H_C$  větší než přibližně  $10^4$  A/m).

Měření budeme provádět na feromagnetickém jádře s dvěma vinutími (transformátoru) buzeném střídavým elektrickým proudem zapojeném podle schématu na obrázku 5.4. Primární vinutí slouží k buzení magnetického pole a na sekundárním snímáme indukované napětí. Intenzitu mag-

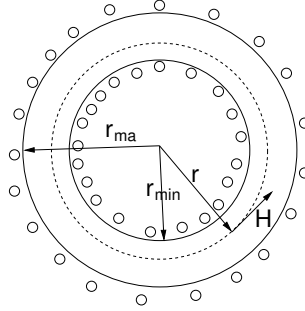


Obrázek 5.4: Schéma obvodu pro měření magnetického pole ve feromagnetu.

netického pole můžeme spočítat podle Ampérova zákona

$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{j} \cdot \mathbf{n} \, dS, \quad (5.23)$$

kde integrace na levé straně probíhá podél uzavřené křivky  $L$ , na pravé straně přes plochu  $S$  jí ohraničenou a  $\mathbf{j}$  je proudová hustota tekoucí plochou. V případě toroidu je řešení jednoduché,



Obrázek 5.5: Schéma řezu toroidní cívkou. Kroužky uvnitř a vně naznačují průběh proudových vodičů.

schématicky je naznačeno na obrázku 5.5. Integraci provedeme podél kružnice s poloměrem  $r$ . Z důvodu symetrie má intenzita  $H$  podél kružnice všude stejnou velikost a předchozí rovnice pak přejde do tvaru

$$2\pi r H = N_1 I, \quad H = \frac{N_1 I}{2\pi r}, \quad (5.24)$$

kde  $N_1$  je počet závitů primárního vinutí a  $I$  proud tekoucí každým z nich. Magnetická intenzita je tedy přímo úměrná proudu, který měříme jako napětí  $U_1$  na rezistoru  $R_1$  připojeném do série s proudovou cívkou. Hodnota magnetické intenzity v toroidu je rovna

$$H(t) = \frac{N_1}{2\pi r R_1} U_1(t). \quad (5.25)$$

Pokud je rozdíl vnitřního a vnějšího poloměru dostatečně malý, můžeme považovat hodnotu magnetické intenzity nezávislou na poloze v toroidu a za poloměr  $r$  dosadit jeho průměrnou hodnotu  $r = \frac{r_{\min} + r_{\max}}{2}$ .

Při buzení střídavým proudem se mění s časem též magnetická indukce. Časová změna magnetické indukce  $B$  indukuje v sekundárním vinutí elektromotorické napětí  $E_2$  podle Faradayova zákona

$$E_2(t) = -\frac{d\Phi}{dt} = -N_2 S \frac{dB}{dt}, \quad (5.26)$$

kde  $\Phi$  je celkový magnetický tok sekundární cívky. Jestliže průřez jádra toroidu je  $S$  a počet závitů sekundárního vinutí  $N_2$ , pak je magnetický tok roven  $\Phi = N_2 S B$ . Indukované napětí je úměrné časové změně magnetické indukce. Abychom mohli měřit přímo napětí úměrné magnetické indukci, je v obvodu zařazen integrační RC člen. Průběh napětí na kondenzátoru o kapacitě  $C$  získáme z druhého Kirchhoffova zákona

$$E_2 = R I_2 + U_C, \quad U_C = \frac{Q}{C}, \quad I_2 = \frac{dQ}{dt}, \quad (5.27)$$

kde  $I_2$  je proud tekoucí obvodem a  $Q$  je náboj na kondenzátoru. Po úpravě získáme diferenciální rovnici pro náboj  $Q$

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{RC} = \frac{1}{R} E_2(t). \quad (5.28)$$

Tato rovnice má řešení ve tvaru

$$Q(t) = -\frac{1}{R} \int_0^\infty E_2(t - \tau) e^{-\frac{\tau}{RC}} d\tau. \quad (5.29)$$

Průběh napětí na kondenzátoru je potom dán vztahem

$$U_C(t) = -\frac{1}{RC} \int_0^\infty E_2(t - \tau) e^{-\frac{\tau}{RC}} d\tau. \quad (5.30)$$

Je-li časová konstanta integračního obvodu  $RC$  mnohem větší než perioda buďícího střídavého proudu, lze exponenciální člen v integrálu položit přibližně roven 1. Potom po dosazení z rovnice (5.26) do vztahu (5.30) dostaneme výraz pro napětí  $U_C$

$$U_C(t) \approx \frac{1}{RC} \int_{-\infty}^t N_2 S \left. \frac{dB}{dt} \right|_{\tau} d\tau, \quad U_C(t) \approx \frac{N_2 S}{RC} B(t). \quad (5.31)$$

Po převedení dostaneme vztah pro magnetickou indukci

$$B(t) = \frac{RC}{N_2 S} U_C(t). \quad (5.32)$$

V zapojení podle schématu na obrázku 5.4 nastavíme osciloskop do tzv. X-Y režimu, kdy zobrazujeme vzájemnou závislost napětí na jednotlivých vstupech. Jelikož podle vztahu (5.25) je napětí na prvním vstupu úměrné intenzitě magnetického pole a napětí na druhém vstupu je podle vztahu (5.32) úměrné indukci magnetického pole, zobrazujeme přímo hysterezní smyčku, tedy závislost indukce na intenzitě magnetického pole. Napětí naměřená na osciloskopu pak již převedeme na indukci a intenzitu magnetického pole ve zvolených bodech hysterezní smyčky pomocí výše zmíněných vztahů (5.25) a (5.32). Magnetizaci můžeme snadno spočítat z magnetické indukce s použitím vztahu (5.21) jako

$$M = \frac{B}{\mu_0} - H. \quad (5.33)$$

## Úkoly

1. Zapojte obvod podle schématu.
2. Z osciloskopu odečtěte napětí odpovídající koercitivnímu poli, remanentní a saturační magnetizaci.
3. Změřte rozměry jádra transformátoru.
4. Určete velikost koercitivního pole, saturační a remanentní magnetizace pro zadaný materiál podle vztahů (5.25) a (5.32).

## Varianta B: Stínění magnetického pole v dutém válci.

### Teorie

Magnetická permeabilita materiálů  $\mu$  vyjadřuje vztah mezi magnetickou indukcí a magnetickou intenzitou  $B = \mu_r \mu_0 H$  a lze studovat prostřednictvím stínění magnetického pole. Pro neferomagnetické materiály nabývá relativní permeabilita  $\mu_r$  hodnot velmi blízkých jedné takže jejich odezva v magnetickém poli se příliš neliší od vakua. Permeabilita feromagnetik souvisí s hysterezní křivkou; permeabilita je úměrná směrnici tečny k hysterezní křivce. Pro feromagnetika může nabývat velmi vysokých hodnot, avšak silně závisí na velikosti magnetického pole. Magneticky měkká feromagnetika (malá koercitivní pole) mají vysokou permeabilitu, zatímco magneticky tvrdé materiály mají permeabilitu nízkou. Magneticky tvrdé materiály mají permeabilitu v řádu desítek až stovek, zatímco magneticky měkké speciální materiály s vysokou permeabilitou mohou dosahovat hodnot až  $10^6$ . Pro malá magnetická pole a magneticky měkké materiály můžeme předpokládat lineární závislost  $B = \mu_r \mu_0 H$  s konstantní permeabilitou.

### Stínění magnetického pole ve válcové dutině

Umístíme-li dutý válec o poloměru  $R$  do homogenního magnetického pole velikosti  $B_o$  kolmého na osu válce je pole uvnitř válce rovněž homogenní o nižší velikosti  $B_i$ . Kompletní výpočet je poněkud zdoluhavý [2, 3], zde se omezíme na uvedení předpokladů:

- Magnetická intenzita a indukce splňují Maxwellovy rovnice bez přítomnosti vnějších proudů

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = 0. \quad (5.34)$$

- Magnetická indukce a intenzita jsou svázány lineárním materiálovým vztahem

$$\mathbf{B} = \mu_r \mu_0 \mathbf{H}. \quad (5.35)$$

- Tečná složka magnetické intenzity je spojitá na rozhraní dvou prostředí.
- Normálová složka magnetické indukce je spojitá na rozhraní dvou prostředí.
- Magnetická indukce ve velké vzdálenosti  $r$  od osy válce je

$$\mathbf{B}(r \gg R) = \mathbf{B}_o. \quad (5.36)$$

Výsledný průběh magnetického pole je znázorněn v obrázku 5.6. Poměr indukce vně  $B_o$  a uvnitř trubice  $B_i$  vyjadřuje stínící koeficient  $S$ , pro nějž platí vztah [2, 3]

$$S = \frac{B_o}{B_i} = \frac{(\mu_r + 1)^2 - \frac{b^2}{a^2}(\mu_r - 1)^2}{4\mu_r}, \quad (5.37)$$

kde  $a$  je vnější poloměr a  $b$  je vnitřní poloměr dutého válce. Pro vysoké hodnoty magnetické permeability  $\mu_r \gg 1$  a malou tloušťku stěny trubice  $d$  vzhledem k jeho poloměru  $d \ll R$  můžeme použít aproximativní vztah

$$S = \frac{B_o}{B_i} \approx 1 + \frac{\mu_r d}{2R}. \quad (5.38)$$

Výše uvedené vztahy platí pro malá magnetická pole. Obzvláště uvnitř materiálů s vysokou permeabilitou může maximální hodnota magnetické indukce (přibližně rovna  $B_{\max} \approx \mu_r B_o$ ) snadno překročit saturační magnetizaci materiálu (pro železo asi 2,2 T) a celkový stínící koeficient pak vyjde efektivně nižší. Tato vlastnost se projeví jako závislost stínícího koeficientu na vnějším poli, který s větším vnějším polem klesá. Hodnotu permeability pro nízká pole získáme z hodnot stínícího koeficientu pro nízká pole, kdy u stínící koeficient nezávisí na intenzitě pole.

### Homogenní magnetické pole v Helmholtzových cívkách

Nejjednodušší možnost vytvoření homogenního pole představují tzv. Helmholtzovy cívky. Jsou to dvě cívky o stejném počtu závitů a poloměru  $R$  umístěné na společné ose ve vzdálenosti jejich poloměru  $R$  od sebe. Magnetické pole jedné cívky můžeme vypočítat pomocí Biotova–Savartova zákona

$$\mathbf{H} = \int \frac{I}{4\pi r^3} \mathbf{r} \times d\mathbf{l}, \quad (5.39)$$

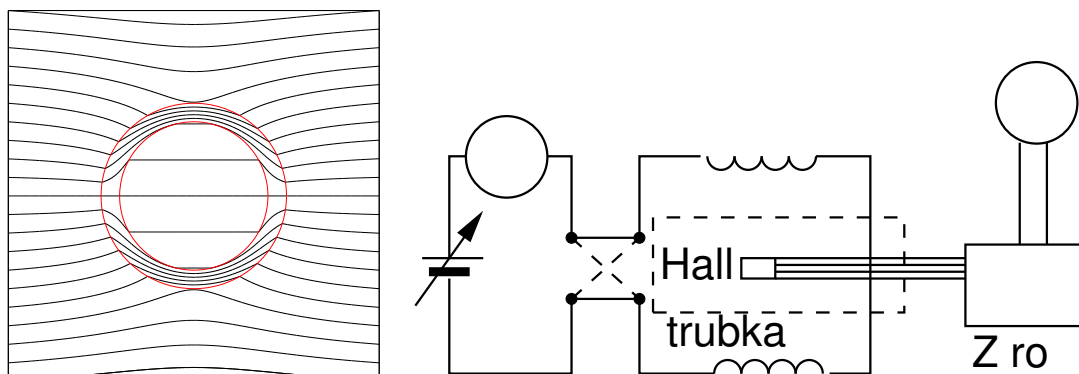
kde  $I$  je proud protékající vodičem,  $r$  vzdálenost délkového elementu  $d\mathbf{l}$  od místa měření pole. Magnetické pole na ose úzké cívky poloměru  $R$  o  $N$  závitěch ve vzdálenosti  $z$  od středu cívky se spočte snadno jako

$$H(z) = \frac{NIR^2}{4\pi(R^2 + z^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{NIR^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (5.40)$$

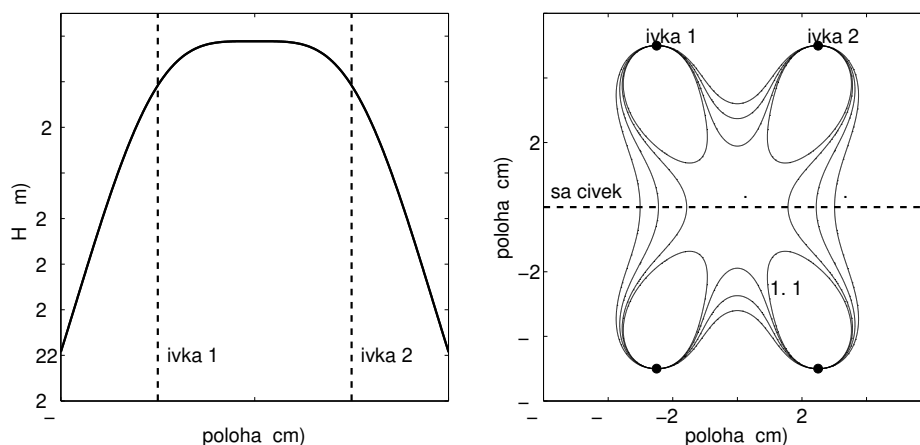
Velikost magnetického ve středu dutiny Helmholtzových cívek získáme jako součet příspěvků obou cívek (vzdálenost středu dutiny od středu každé cívky je  $z = R/2$ )

$$H = 2 \frac{NIR^2}{2(R^2 + (R/2)^2)^{3/2}} = \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \frac{NI}{R}. \quad (5.41)$$

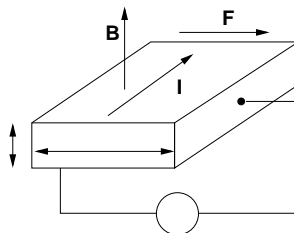




Obrázek 5.6: Vlevo: Průběh siločar magnetického pole v okolí a uvnitř dutého válce z feromagnetického materiálu s permeabilitou  $\mu_r = 10$ . V blízkém okolí válce je homogenita magnetického pole poněkud narušena. Vpravo: Schéma zapojení Helmholtzových cívek. Vyznačena je poloha stínící trubky a Hallovy sondy pro měření magnetického pole.



Obrázek 5.7: Vlevo: Průběh intenzity magnetického pole na ose Helmholtzových cívek s poloměrem  $R = 5$  cm. Vpravo: Rozložení v rovině osy Helmholtzových cívek. Zobrazeny jsou vrstevnice pro hodnoty 0.90, 0.95, 0.99 a 1.01 hodnoty ve středu dutiny. Ve středové oblasti hvězdicovitého tvaru je odchylka velikosti magnetického pole menší než 1 %.



Obrázek 5.8: Princip Hallova jevu.

### Měření magnetického pole Hallova sondou

K měření velikosti magnetického pole použijeme Hallova jevu. Při pohybu nositelů náboje ve vzorku v magnetickém poli (elektrony či díry v polovodiči) na ně působí Lorentzova síla kolmo ke směru jejich pohybu

$$\mathbf{F}_L = q\mathbf{v}_d \times \mathbf{B}, \quad (5.42)$$

kde  $q$  je jejich náboj a  $\mathbf{v}_d$  driftová rychlost jejich pohybu. V ustáleném stavu vzniká elektrické pole  $\mathbf{E}_H$ , které eliminuje vliv Lorentzovy síly

$$\mathbf{F}_H = q\mathbf{E}_H = -\mathbf{F}_L. \quad (5.43)$$

Dosadíme za driftovou rychlost  $v_d = \frac{j}{nq} = \frac{1}{nq} \frac{I}{wd}$ , kde  $j$  je proudová hustota,  $n$  koncentrace nositelů náboje,  $d$  tloušťka a  $w$  šířka vzorku. Pak porovnáním těchto vztahů dostaneme vztah pro Hallovo napětí

$$U_H = E_H w = \frac{R_H}{d} I B, \quad (5.44)$$

kde  $R_H = \frac{1}{nq}$  je Hallova konstanta a  $d$  je tloušťka vzorku. Znaménko Hallovy konstanty odpovídá znaménku nositelů náboje, umožňuje nám tedy určit typ vodivosti a měřit koncentraci nositelů náboje. Naopak Hallova sonda známých parametrů může sloužit k měření magnetické indukce. V našem případě použijeme komerční Hallova sondu s integrovaným proudovým zdrojem a zesilovací elektronikou neznámých parametrů.

### Postup měření

Provedeme měření magnetického pole bez vložené trubky, změříme Hallovo napětí  $U_o$  úměrné vnějšímu magnetickému poli  $B_o$ . S vloženou trubicí změříme napětí  $U_i$  úměrné magnetické indukci uvnitř trubice  $B_i$ . Stínící koeficient  $S$  je roven podílu napětí

$$S = \frac{U_o}{U_i}. \quad (5.45)$$

Pro eliminaci případného špatného nastavení nuly (nulové napětí nemusí odpovídat stavu bez magnetického pole) provádíme měření pro obě komutace proudu (+ a -) a výsledné napětí pak průměrujeme s ohledem na znaménko

$$U = \frac{1}{2} (U_+ - U_-). \quad (5.46)$$

### Úkoly

1. Zapojte Helmholtzovy cívky do obvodu.
2. Změřte stínící koeficient  $S$  a rozměry sady poskytnutých válcových trubek. Vnější pole  $B_o$  měřte ve středu dutiny bez zasunuté stínící trubky, hodnotu  $B_i$  po umístění stínící trubky. Měření proveďte pro několik hodnot proudu procházející cívkami (doporučené hodnoty 0,5 A, 1,5 A a 2,5 A) a zjistěte zda je stínící koeficient nezávislý na intenzitě vnějšího pole. Měřte pro oba směry komutace proudu.

---

3. Vypočítejte jejich permeabilitu podle vztahu (5.38), případně (5.37).

---

**Užití v praxi:** Měření magnetického pole má význačné praktické aplikace. Lokální magnetické pole Země je ovlivněno také geologickými poměry a jeho měření se využívá při geofyzikálním průzkumu např. pohybu litosférických desek.

Feromagnetické materiály mají také mnoho praktických fyzikálních a elektrotechnických aplikací, kdy je podstatná znalost jejich hysterezní křivky. Magneticky tvrdé materiály se používají jako permanentní magnety, zatímco magneticky měkké materiály se používají při aplikacích vyžadujících snadnou změnu magnetizace jako jsou elektromagnety nebo transformátory. Magneticky měkké materiály se používají rovněž k odstínění vnějšího magnetického pole. Obzvláště důležité je stínění v elektronových mikroskopech, kde by parazitní vnější magnetické pole ovlivňovalo elektronovou optiku mikroskopu.

Hallovy sondy měření magnetického pole jsou velmi rozšířeným typem měření a detekce magnetického pole. Hallova jevu se také užívá pro měření koncentrace nositelů naboje např. v polovodičové technologii, detailním studiem tohoto jevu se zabývá úloha 9 předmětu F6390 Praktikum z pevných látek 2(b).

**Literatura:**

- [1] R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands: *Feynmanovy přednášky z fyziky s řešenými příklady 2/3*, Fragment (2006).
- [2] J. Perry, Proc. Phys. Soc. London **13**, 227 (1894).
- [3] J. D. Jackson, *Classical electrodynamics*, John Wiley & Sons, Inc. (1998), kap. 5.