INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Ústav fyziky kondenzovaných látek
Přírodovědecká fakulta, Masarykova univerzita, Brno

Fyzikální praktikum 2

A. Statistické zpracování měření

Návody pro statistické zpracování měření byly podrobně probrány v předmětu F2180 Fyzikální praktikum 1. Zde se proto omezíme pouze na připomenutí základních vztahů.

Statistický odhad přímo měřené fyzikální veličiny

Předpokládejme, že naměříme sadu N hodnot $\{x_1, x_2, \ldots, x_N\}$, pak odhadem střední hodnoty je aritmetický průměr $\bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i. \tag{A.1}$$

Směrodatná odchylka s se vypočte podle vztahu

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2}. \tag{A.2}$$

Odhad nejistoty na hladině spolehlivosti P je

$$\Delta = t_{P,N-1} \frac{s}{\sqrt{N}}, \tag{A.3}$$

kde $t_{P,N-1}$ je Studentův koeficient pro hladinu spolehlivosti P a počet stupňů volnosti $\nu = N - 1$. Intervalový odhad, ve kterém leží měřená hodnota s pravděpodobností P, je

$$(\bar{x} \pm \Delta) = \left(\bar{x} \pm t_{P,N-1} \frac{s}{\sqrt{N}} \right). \tag{A.4}$$

Statistické odhady nepřímo měřené veličiny

Hodnota nepřímo měřené fyzikální veličiny y je dána funkcí jedné či několika přímo měřených veličin; obecně pro funkci n veličin platí $y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Mějme pro i-tou veličinu odhad střední hodnoty $\bar{x}_i$ a nejistoty Δ_i, pak odhad veličiny $\bar{y}$ je dán vztahem

$$\bar{y} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_n) \tag{A.5}$$

a odhad její nejistoty Δ_y podle zákona přenosu nejistot

$$\Delta_y = \sqrt{\left(\left.\frac{\partial f}{\partial x_1}\right|_{\bar{x}_1} \right)^2 \Delta_1^2 + \left(\left.\frac{\partial f}{\partial x_2}\right|_{\bar{x}_2} \right)^2 \Delta_2^2 + \cdots + \left(\left.\frac{\partial f}{\partial x_n}\right|_{\bar{x}_n} \right)^2 \Delta_n^2}. \tag{A.6}$$

Tabulka A.1: Tabulka Studentových koeficientů $t_{P,\nu}$.

Počet stupňů	Hladina spolehlivosti P						
volnosti ν	0,50	0,6827	0,90	0,9545	0,98	0,99	0,9973
1	1,000	1,838	6,314	13,968	31,821	63,657	235,784
2	0,816	1,321	2,920	4,527	6,965	9,925	19,206
3	0,765	1,197	2,353	3,307	4,541	5,841	9,219
4	0,741	1,142	2,132	2,869	3,747	4,604	6,620
5	0,727	1,111	2,015	2,649	3,365	4,032	5,507
6	0,718	1,091	1,943	2,517	3,143	3,707	4,904
7	0,711	1,077	1,895	2,429	2,998	3,500	4,530
8	0,706	1,067	1,860	2,366	2,896	3,355	4,277
9	0,703	1,059	1,833	2,320	2,821	3,250	4,094
10	0,700	1,053	1,812	2,284	2,764	3,169	3,957
11	0,697	1,048	1,796	2,255	2,718	3,106	3,850
12	0,696	1,043	1,782	2,231	2,681	3,055	3,764
13	0,694	1,040	1,771	2,212	2,650	3,012	3,694
14	0,692	1,037	1,761	2,195	2,625	2,977	3,636
15	0,691	1,034	1,753	2,181	2,603	2,947	3,586
16	0,690	1,032	1,746	2,169	2,584	2,921	3,544
17	0,689	1,030	1,740	2,158	2,567	2,898	3,507
18	0,688	1,029	1,734	2,149	2,552	2,878	3,475
19	0,688	1,027	1,729	2,141	2,540	2,861	3,447
20	0,687	1,026	1,725	2,133	2,528	2,845	3,422
25	0,684	1,020	1,708	2,105	2,485	2,787	3,330
30	0,683	1,017	1,697	2,087	2,457	2,750	3,270
40	0,681	1,013	1,684	2,064	2,423	2,704	3,199
50	0,679	1,010	1,676	2,051	2,403	2,678	3,157
100	0,677	1,005	1,660	2,025	2,364	2,626	3,077
∞	0,675	1,000	1,645	2,000	2,326	2,576	3,000

Poznámka

Předchozí vztahy jsou odvozeny za mnoha předpokladů; mezi jinými jsou to předpoklady, že náhodné odchylky naměřených hodnot splňují Gaussovo rozdělení, jednotlivé naměřené hodnoty jsou statisticky nezávislé a podobně. Také v těchto vztazích nejsou zahrnuty další možné vlivy, jako odchylky měřicích přístrojů, či nevhodné metody zpracování. Tento návod je třeba brát pouze jako pomocný seznam několika potřebných vztahů. Pro detailnější rozbor odkazujeme na literaturu, která je dostupná v hojném počtu i v českém jazyce.

Literatura:

[1] Pánek Petr, *Úvod do fyzikálních měření*, MU Brno 2001.

[2] Humlíček Josef, *Statistické zpracování výsledků měření*, UJEP Brno 1984.

[3] Meloun Milan, Militký Jirí, *Statistické zpracování experimentálních dat*, PLUS Praha 1994.

[4] Kučírková Assja, Navrátil Karel, *Fyzikální měření – I.*, Státní pedagogické nakladatelství, Praha 1986.