

## F7567 – Struktura a kinematika galaxií – test (leden 2021)

### I. Potenciál a hustota galaxií, Poissonova rovnice, radiální síla, kruhová a úniková rychlost – sférické modely.

(Literatura: Binney & Tremaine, Galactic Dynamics, str. 30-41)

#### Úlohy:

1. Najděte potenciál uvnitř a vně homogenní sféry o poloměru  $R_s$ :

- integrací Poissonovy rovnice;
- s využitím 1. a 2. Newtonova teorému.

Načrtněte radiální průběh tohoto potenciálu.

2. Spočítejte a načrtněte radiální průběh následujících veličin vně a uvnitř gravitačního pole homogenní sféry:

- radiální síla
- kruhová rychlost
- úhlová rychlost rotace po kruhové dráze
- perioda rotace po kruhové dráze
- úniková rychlost

3. Napište a vyřešte pohybovou rovnici pro částici pohybující se po radiální dráze uvnitř homogenní sféry.

4. Předpokládejte, že kruhová rychlost v dané galaxii je konstantní a galaxie je sféricky symetrická. Ukažte, jak pro takovou galaxii vypadají následující veličiny:

- potenciál
- hustota
- hmotnost uvnitř sféry o daném poloměru  $r$ .
- perioda rotace po kruhové dráze.

5.

a) Spočítejte a načrtněte radiální průběh kruhové rychlosti a úhlové rychlosti rotace pro tzv. Plummerovu sféru (tato sféra má hustotu  $\rho(r) = \rho_0 / [1 + (R/b)^2]^{5/2}$  a potenciál  $\Phi = -GM / [r^2 + b^2]^{1/2}$ , kde  $M$  je hmotnost sféry a  $G$  gravitační konstanta).

b) Srovnajte tyto průběhy s kruhovou a úhlovou rychlostí pro gravitační pole hmotného bodu a homogenní sféry.

c) Pro jakou hodnotu  $r/b$  má maximum radiální síla a kruhová rychlost ?

## II. Pohyb částice ve sféricky symetrickém potenciálu. Úhlová a epicyklická frekvence, velikost a tvar epicyklu

(Literatura: Binney & Tremaine, Galactic Dynamics, str. 120-124)

Označení:

$\Omega$  – úhlová rychlost rotace (úhlová frekvence) po kruhové dráze

$\kappa$  - epicyklická frekvence

### Úlohy:

1. Napište vztahy mezi:

- potenciálem a úhlovou frekvencí
- epicyklickou frekvencí a potenciálem
- epicyklickou frekvencí a úhlovou frekvencí

(Pozn.: Předpokládejte blíže neurčený sféricky symetrický potenciál).

2. Spočítejte a načrtněte radiální profily  $\kappa$ ,  $\Omega$  a  $\kappa/\Omega$  pro:

- potenciál hmotného bodu;
- potenciál homogenní sféry;
- galaxii s plochou rotační křivkou.

3. Jaký je poměr poloos epicyklu pro

- potenciál hmotného bodu;
- potenciál homogenní sféry;
- galaxii s plochou rotační křivkou ?

### III.

#### Pohyb částice v poli galaktické příčky

#### Pohybová rovnice v rotující soustavě. Lindbladovy rezonance, korotace.

(Literatura: Binney & Tremaine, Galactic Dynamics, str. 135-137, 146-149)

Označení:

$\Omega$  – úhlová rychlost rotace (úhlová frekvence) po kruhové dráze

$\kappa$  - epicyklická frekvence

OLR – vnější Lindbladova rezonance

ILR – vnitřní Lindbladova rezonance

CR – korotace

#### Úlohy:

1. Napište pohybovou rovnici částice v souřadné soustavě rotující konstantní rychlostí. Předpokládejte přitom, že částice se pohybuje v rovině, tj. napište tuto rovnici pro 2-dimenzionální případ, a to jednak v polárních, jednak v kartézských souřadnicích.
2. Napište vztahy pro Lindbladovy rezonance a korotaci v potenciálu slabé příčky.
3. Jaký je poměr poloměrů OLR a CR v galaxii se slabou příčkou a plochou rotační křivkou ?
4. Je pozorována galaxie, jejíž příčka má velkou poloosu 2 kpc. Za předpokladů, že příčka končí na vlastní korotaci a že galaxie má plochou rotační křivku s kruhovou rychlostí 200 km/s, určete úhlovou rychlost pohybu příčky, její rotační periodu a polohu OLR.
5. Předpokládejte, že simulace galaxie vede ke vzniku příčky s úhlovou rychlostí 60 km/s/kpc. Za předpokladu ploché rotační křivky (s kruhovou rychlostí 300 km/s) určete polohy CR a OLR.