Integrální počet

M1030 Matematika pro biology

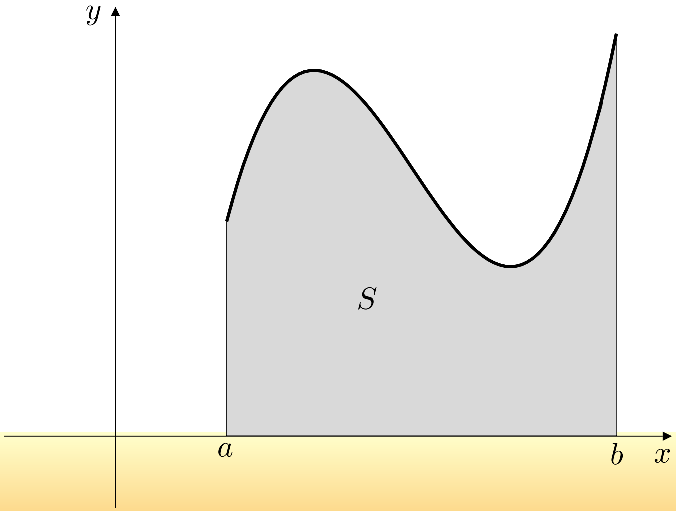
8. 1. 2021

Úvod

Základní úloha integrálního počtu

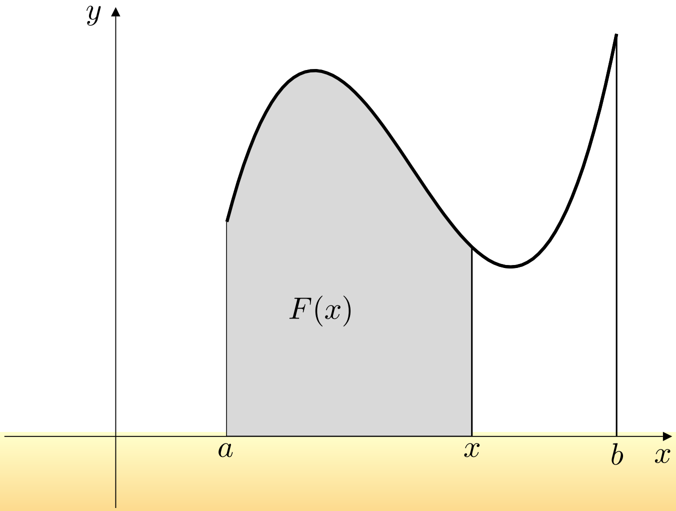
Základní úloha integrálního počtu

Určit obsah S obrazce pod grafem spojité funkce na intervalu $\langle a, b \rangle$



Základní úloha integrálního počtu

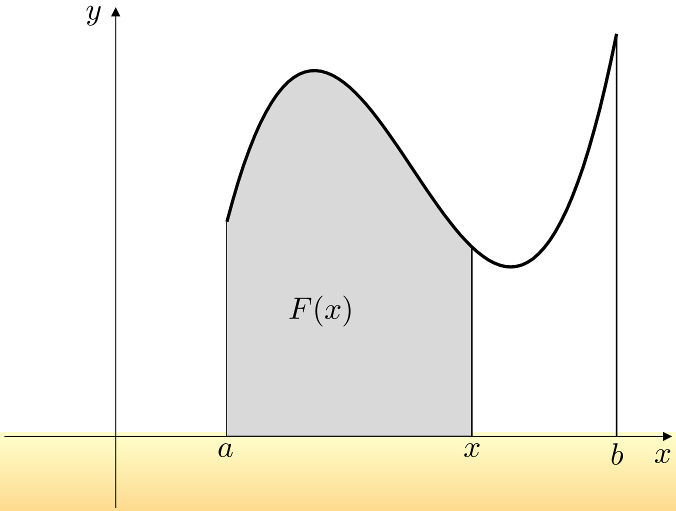
Určit obsah S obrazce pod grafem spojité funkce na intervalu $\langle a, b\rangle$



Základní úloha integrálního počtu

Určit obsah S obrazce pod grafem spojité funkce na intervalu $\langle a, b\rangle$

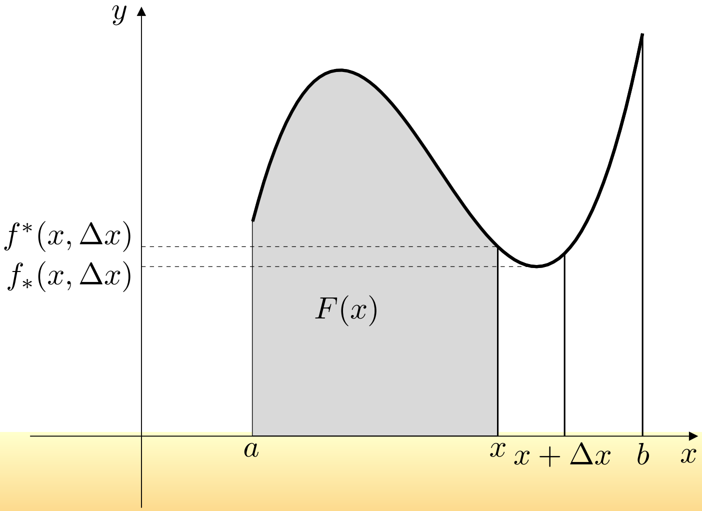
Označení: $F(x)$ obsah obrazce pod grafem funkce f na intervalu od a do x



Základní úloha integrálního počtu

Určit obsah S obrazce pod grafem spojité funkce na intervalu $\langle a, b \rangle$

Označení: $F(x)$ obsah obrazce pod grafem funkce f na intervalu od a do x
Δx přírůstek nezávisle proměnné
$f^*(x, \Delta x) = \max\{f(s) : x \leq s \leq x + \Delta x\}$
$f_*(x, \Delta x) = \min\{f(s) : x \leq s \leq x + \Delta x\}$



Základní úloha integrálního počtu

Určit obsah S obrazce pod grafem spojité funkce na intervalu $\langle a, b \rangle$

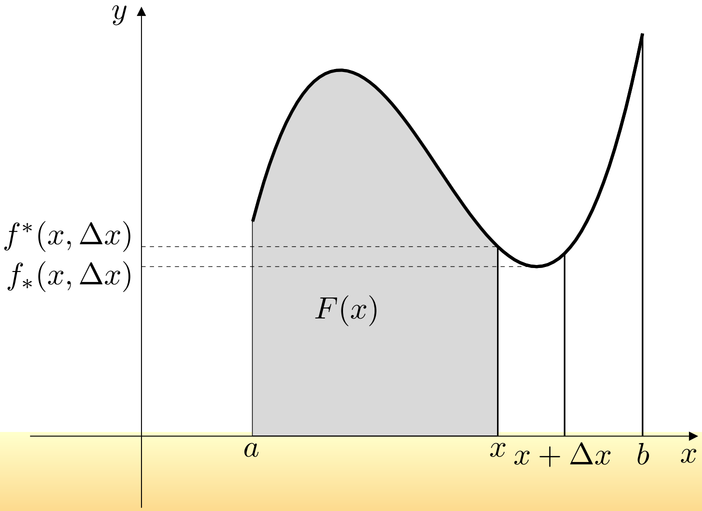
Označení: $F(x)$ obsah obrazce pod grafem funkce f na intervalu od a do x

Δx přírůstek nezávisle proměnné

$f^*(x, \Delta x) = \max \{f(s) : x \leq s \leq x + \Delta x\}$

$f_*(x, \Delta x) = \min \{f(s) : x \leq s \leq x + \Delta x\}$

Platí: $\lim\limits_{\Delta x \to 0} f^*(x, \Delta x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} f_*(x, \Delta x) = f(x)$



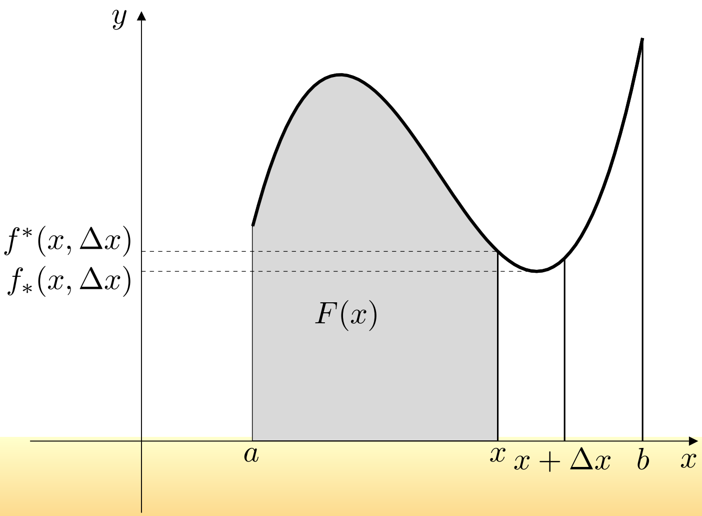
Základní úloha integrálního počtu

Určit obsah S obrazce pod grafem spojité funkce na intervalu $\langle a, b\rangle$

Označení: $F(x)$ obsah obrazce pod grafem funkce f na intervalu od a do x
Δx přírůstek nezávisle proměnné
$f^*(x, \Delta x) = \max\{f(s) : x \le s \le x + \Delta x\}$
$f_*(x, \Delta x) = \min\{f(s) : x \le s \le x + \Delta x\}$

Platí: $\lim\limits_{\Delta x \to 0} f^*(x, \Delta x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} f_*(x, \Delta x) = f(x)$

Dále: $F(x) + f_*(x, \Delta x)\Delta x \le F(x + \Delta x) \le F(x) + f^*(x, \Delta x)\Delta x$



Základní úloha integrálního počtu

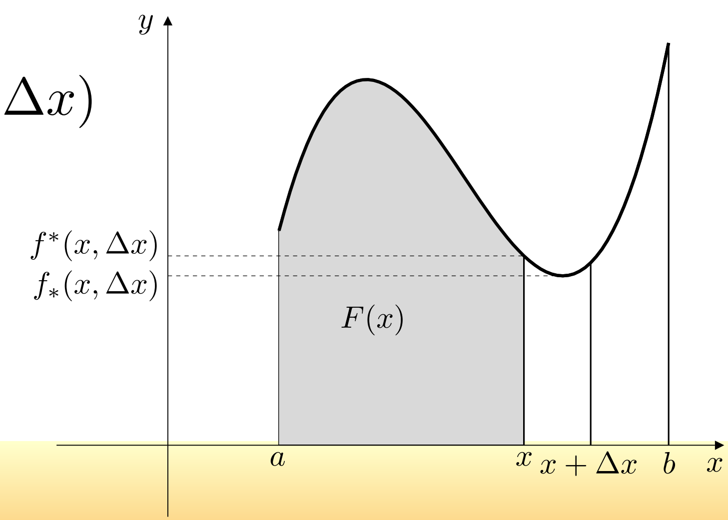
Určit obsah S obrazce pod grafem spojité funkce na intervalu $\langle a, b\rangle$

Označení: $F(x)$ obsah obrazce pod grafem funkce f na intervalu od a do x
Δx přírůstek nezávisle proměnné
$f^*(x, \Delta x) = \max\{f(s) : x \leq s \leq x + \Delta x\}$
$f_*(x, \Delta x) = \min\{f(s) : x \leq s \leq x + \Delta x\}$

Platí: $\lim\limits_{\Delta x \to 0} f^*(x, \Delta x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} f_*(x, \Delta x) = f(x)$

Dále: $F(x) + f_*(x, \Delta x)\Delta x \leq F(x + \Delta x) \leq F(x) + f^*(x, \Delta x)\Delta x$

$$f_*(x, \Delta x) \leq \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} \leq f^*(x, \Delta x)$$



Základní úloha integrálního počtu

Určit obsah S obrazce pod grafem spojité funkce na intervalu $\langle a, b\rangle$

Označení: $F(x)$ obsah obrazce pod grafem funkce f na intervalu od a do x
Δx přírůstek nezávisle proměnné
$f^*(x, \Delta x) = \max\{f(s) : x \leq s \leq x + \Delta x\}$
$f_*(x, \Delta x) = \min\{f(s) : x \leq s \leq x + \Delta x\}$

Platí: $\lim\limits_{\Delta x \to 0} f^*(x, \Delta x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} f_*(x, \Delta x) = f(x)$

Dále: $F(x) + f_*(x, \Delta x)\Delta x \leq F(x + \Delta x) \leq F(x) + f^*(x, \Delta x)\Delta x$

$$f_*(x, \Delta x) \leq \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} \leq f^*(x, \Delta x) \qquad \Big| \lim_{\Delta x \to 0}$$

Základní úloha integrálního počtu

Určit obsah S obrazce pod grafem spojité funkce na intervalu $\langle a, b\rangle$

Označení: $F(x)$ obsah obrazce pod grafem funkce f na intervalu od a do x
Δx přírůstek nezávisle proměnné
$f^*(x, \Delta x) = \max\{f(s) : x \leq s \leq x + \Delta x\}$
$f_*(x, \Delta x) = \min\{f(s) : x \leq s \leq x + \Delta x\}$

Platí: $\lim\limits_{\Delta x \to 0} f^*(x, \Delta x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} f_*(x, \Delta x) = f(x)$

Dále: $F(x) + f_*(x, \Delta x)\Delta x \leq F(x + \Delta x) \leq F(x) + f^*(x, \Delta x)\Delta x$

$$f_*(x, \Delta x) \leq \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} \leq f^*(x, \Delta x) \qquad \Big| \lim_{\Delta x \to 0}$$

$$f(x) \leq F'(x) \leq f(x)$$

Základní úloha integrálního počtu

Určit obsah S obrazce pod grafem spojité funkce na intervalu $\langle a, b\rangle$

Označení: $F(x)$ obsah obrazce pod grafem funkce f na intervalu od a do x
Δx přírůstek nezávisle proměnné
$f^*(x, \Delta x) = \max\{f(s) : x \le s \le x + \Delta x\}$
$f_*(x, \Delta x) = \min\{f(s) : x \le s \le x + \Delta x\}$

Platí: $\lim\limits_{\Delta x \to 0} f^*(x, \Delta x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} f_*(x, \Delta x) = f(x)$

Dále: $F(x) + f_*(x, \Delta x)\Delta x \le F(x + \Delta x) \le F(x) + f^*(x, \Delta x)\Delta x$

$$f_*(x, \Delta x) \le \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} \le f^*(x, \Delta x) \qquad \Big| \lim_{\Delta x \to 0}$$

$$f(x) \le F'(x) \le f(x)$$

Odtud: $F'(x) = f(x)$

Základní úloha integrálního počtu

Určit obsah S obrazce pod grafem spojité funkce na intervalu $\langle a, b\rangle$

Označení: $F(x)$ obsah obrazce pod grafem funkce f na intervalu od a do x
Δx přírůstek nezávisle proměnné
$f^*(x, \Delta x) = \max\{f(s) : x \leq s \leq x + \Delta x\}$
$f_*(x, \Delta x) = \min\{f(s) : x \leq s \leq x + \Delta x\}$

Platí: $\lim\limits_{\Delta x \to 0} f^*(x, \Delta x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} f_*(x, \Delta x) = f(x)$

Dále: $F(x) + f_*(x, \Delta x)\Delta x \leq F(x + \Delta x) \leq F(x) + f^*(x, \Delta x)\Delta x$

$$f_*(x, \Delta x) \leq \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} \leq f^*(x, \Delta x) \qquad \Big| \lim_{\Delta x \to 0}$$

$$f(x) \leq F'(x) \leq f(x)$$

Odtud: $F'(x) = f(x)$
Přitom: $F(a) = 0$, $S = F(b)$

Neurčitý integrál

Primitivní funkce a její vlastnosti

Funkce F je *primitivní k funkci* f na intervalu $\langle a, b \rangle$, je-li na tomto intervalu spojitá a pro každé $x \in (a, b)$ platí

$$F'(x) = f(x).$$

Primitivní funkce a její vlastnosti

Funkce F je *primitivní k funkci* f na intervalu $\langle a, b\rangle$, je-li na tomto intervalu spojitá a pro každé $x \in (a, b)$ platí

$$F'(x) = f(x).$$

Označení:

$$F = \int f(x)\mathrm{d}x.$$

Primitivní funkce a její vlastnosti

Funkce F je *primitivní k funkci* f na intervalu $\langle a, b\rangle$, je-li na tomto intervalu spojitá a pro každé $x \in (a, b)$ platí

$$F'(x) = f(x).$$

Označení:

$$F = \int f(x)\mathrm{d}x.$$

Alternativní názvy: Funkce F je *neurčitý integrál z funkce* f.
Funkce F je *antiderivace k funkci* f.

Primitivní funkce a její vlastnosti

Funkce F je *primitivní k funkci* f na intervalu $\langle a, b\rangle$, je-li na tomto intervalu spojitá a pro každé $x \in (a, b)$ platí

$$F'(x) = f(x).$$

Vlastnosti primitivní funkce:

Primitivní funkce a její vlastnosti

Funkce F je *primitivní k funkci* f na intervalu $\langle a, b \rangle$, je-li na tomto intervalu spojitá a pro každé $x \in (a, b)$ platí

$$F'(x) = f(x).$$

Vlastnosti primitivní funkce:

- Ke každé funkci spojité na intervalu $\langle a, b \rangle$ existuje na tomto intervalu funkce primitivní.

Primitivní funkce a její vlastnosti

Funkce F je *primitivní k funkci* f na intervalu $\langle a, b\rangle$, je-li na tomto intervalu spojitá a pro každé $x \in (a, b)$ platí

$$F'(x) = f(x).$$

Vlastnosti primitivní funkce:

- Ke každé funkci spojité na intervalu $\langle a, b\rangle$ existuje na tomto intervalu funkce primitivní.
- Primitivní funkce k dané funkci, pokud existuje, není určena jednoznačně.
  Je-li F primitivní k f, pak také $F + c$ je primitivní k f pro libovolnou konstantu c.

Primitivní funkce a její vlastnosti

Funkce F je *primitivní k funkci* f na intervalu $\langle a, b\rangle$, je-li na tomto intervalu spojitá a pro každé $x \in (a, b)$ platí

$$F'(x) = f(x).$$

Vlastnosti primitivní funkce:

- Ke každé funkci spojité na intervalu $\langle a, b\rangle$ existuje na tomto intervalu funkce primitivní.
- Primitivní funkce k dané funkci, pokud existuje, není určena jednoznačně.
  Je-li F primitivní k f, pak také $F + c$ je primitivní k f pro libovolnou konstantu c.
- Primitivní funkce je *aditivní*:

$$\int \big(f(x) + g(x)\big)\mathrm{d}x = \int f(x)\mathrm{d}x + \int g(x)\mathrm{d}x.$$

Primitivní funkce a její vlastnosti

Funkce F je *primitivní k funkci* f na intervalu $\langle a, b\rangle$, je-li na tomto intervalu spojitá a pro každé $x \in (a, b)$ platí
$$F'(x) = f(x).$$

Vlastnosti primitivní funkce:

- Ke každé funkci spojité na intervalu $\langle a, b\rangle$ existuje na tomto intervalu funkce primitivní.
- Primitivní funkce k dané funkci, pokud existuje, není určena jednoznačně.
  Je-li F primitivní k f, pak také $F + c$ je primitivní k f pro libovolnou konstantu c.
- Primitivní funkce je *homogenní*:
$$\int (cf(x))\mathrm{d}x = c \int f(x)\mathrm{d}x.$$

Primitivní funkce a její vlastnosti

Funkce F je *primitivní k funkci* f na intervalu $\langle a, b\rangle$, je-li na tomto intervalu spojitá a pro každé $x \in (a, b)$ platí

$$F'(x) = f(x).$$

Vlastnosti primitivní funkce:

- Ke každé funkci spojité na intervalu $\langle a, b\rangle$ existuje na tomto intervalu funkce primitivní.
- Primitivní funkce k dané funkci, pokud existuje, není určena jednoznačně.
  Je-li F primitivní k f, pak také $F + c$ je primitivní k f pro libovolnou konstantu c.
- Primitivní funkce je *lineární*:

$$\int (af(x) + bg(x))\mathrm{d}x = a\int f(x)\mathrm{d}x + b\int g(x)\mathrm{d}x.$$

„Tabulkové integrály“

„Tabulkové integrály“

$$\int x^a \mathrm{d}x = \frac{x^{a+1}}{a+1} \text{ pro } a \neq -1$$

„Tabulkové integrály“

$\int x^a \mathrm{d}x = \frac{x^{a+1}}{a+1}$ pro $a \neq -1$

$\int \frac{1}{x} \mathrm{d}x = \ln|x|$

„Tabulkové integrály“

$$\int x^a \mathrm{d}x = \frac{x^{a+1}}{a+1} \text{ pro } a \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} \mathrm{d}x = \ln|x|$$

$$\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x$$

„Tabulkové integrály“

$$\int x^a \mathrm{d}x = \frac{x^{a+1}}{a+1} \text{ pro } a \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} \mathrm{d}x = \ln|x|$$

$$\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x$$

$$\int a^x \mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a}$$

„Tabulkové integrály“

$$\int x^a \mathrm{d}x = \frac{x^{a+1}}{a+1} \text{ pro } a \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} \mathrm{d}x = \ln|x|$$

$$\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x$$

$$\int a^x \mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a}$$

$$\int \ln x \mathrm{d}x = x(\ln x - 1)$$

„Tabulkové integrály“

$$\int x^a \mathrm{d}x = \frac{x^{a+1}}{a+1} \text{ pro } a \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} \mathrm{d}x = \ln|x|$$

$$\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x$$

$$\int a^x \mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a}$$

$$\int \ln x \mathrm{d}x = x(\ln x - 1)$$

$$\int \sin x \mathrm{d}x = -\cos x$$

„Tabulkové integrály“

$$\int x^a \mathrm{d}x = \frac{x^{a+1}}{a+1} \text{ pro } a \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} \mathrm{d}x = \ln|x|$$

$$\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x$$

$$\int a^x \mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a}$$

$$\int \ln x \mathrm{d}x = x(\ln x - 1)$$

$$\int \sin x \mathrm{d}x = -\cos x$$

$$\int \cos x \mathrm{d}x = \sin x$$

„Tabulkové integrály“

$$\int x^a \mathrm{d}x = \frac{x^{a+1}}{a+1} \text{ pro } a \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} \mathrm{d}x = \ln |x|$$

$$\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x$$

$$\int a^x \mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a}$$

$$\int \ln x \mathrm{d}x = x(\ln x - 1)$$

$$\int \sin x \mathrm{d}x = -\cos x$$

$$\int \cos x \mathrm{d}x = \sin x$$

$$\int \frac{1}{(\cos x)^2} \mathrm{d}x = \operatorname{tg} x$$

„Tabulkové integrály“

$$\int x^a \mathrm{d}x = \frac{x^{a+1}}{a+1} \text{ pro } a \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} \mathrm{d}x = \ln |x|$$

$$\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x$$

$$\int a^x \mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a}$$

$$\int \ln x \mathrm{d}x = x(\ln x - 1)$$

$$\int \sin x \mathrm{d}x = -\cos x$$

$$\int \cos x \mathrm{d}x = \sin x$$

$$\int \frac{1}{(\cos x)^2} \mathrm{d}x = \operatorname{tg} x$$

$$\int \frac{1}{(\sin x)^2} \mathrm{d}x = -\operatorname{cotg} x$$

„Tabulkové integrály“

$$\int x^a \mathrm{d}x = \frac{x^{a+1}}{a+1} \text{ pro } a \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} \mathrm{d}x = \ln |x|$$

$$\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x$$

$$\int a^x \mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a}$$

$$\int \ln x \mathrm{d}x = x(\ln x - 1)$$

$$\int \sin x \mathrm{d}x = -\cos x$$

$$\int \cos x \mathrm{d}x = \sin x$$

$$\int \frac{1}{(\cos x)^2} \mathrm{d}x = \operatorname{tg} x$$

$$\int \frac{1}{(\sin x)^2} \mathrm{d}x = -\operatorname{cotg} x$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} \mathrm{d}x = \operatorname{arctg} x = -\operatorname{arccotg} x$$

„Tabulkové integrály“

$$\int x^a \mathrm{d}x = \frac{x^{a+1}}{a+1} \text{ pro } a \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} \mathrm{d}x = \ln|x|$$

$$\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x$$

$$\int a^x \mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a}$$

$$\int \ln x \mathrm{d}x = x(\ln x - 1)$$

$$\int \sin x \mathrm{d}x = -\cos x$$

$$\int \cos x \mathrm{d}x = \sin x$$

$$\int \frac{1}{(\cos x)^2} \mathrm{d}x = \operatorname{tg} x$$

$$\int \frac{1}{(\sin x)^2} \mathrm{d}x = -\operatorname{cotg} x$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} \mathrm{d}x = \operatorname{arctg} x = -\operatorname{arccotg} x$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \mathrm{d}x = \arcsin x = -\arccos x$$

„Tabulkové integrály“

$$\int x^a \mathrm{d}x = \frac{x^{a+1}}{a+1} \text{ pro } a \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} \mathrm{d}x = \ln|x|$$

$$\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x$$

$$\int a^x \mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a}$$

$$\int \ln x \mathrm{d}x = x(\ln x - 1)$$

$$\int \sin x \mathrm{d}x = -\cos x$$

$$\int \cos x \mathrm{d}x = \sin x$$

$$\int \frac{1}{(\cos x)^2} \mathrm{d}x = \operatorname{tg} x$$

$$\int \frac{1}{(\sin x)^2} \mathrm{d}x = -\operatorname{cotg} x$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} \mathrm{d}x = \operatorname{arctg} x = -\operatorname{arccotg} x$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \mathrm{d}x = \arcsin x = -\arccos x$$

$$\int \frac{1}{1-x^2} \mathrm{d}x = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right|$$

„Tabulkové integrály“

$$\int x^a \mathrm{d}x = \frac{x^{a+1}}{a+1} \text{ pro } a \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} \mathrm{d}x = \ln|x|$$

$$\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x$$

$$\int a^x \mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a}$$

$$\int \ln x \mathrm{d}x = x(\ln x - 1)$$

$$\int \sin x \mathrm{d}x = -\cos x$$

$$\int \cos x \mathrm{d}x = \sin x$$

$$\int \frac{1}{(\cos x)^2} \mathrm{d}x = \operatorname{tg} x$$

$$\int \frac{1}{(\sin x)^2} \mathrm{d}x = -\operatorname{cotg} x$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} \mathrm{d}x = \operatorname{arctg} x = -\operatorname{arccotg} x$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \mathrm{d}x = \arcsin x = -\arccos x$$

$$\int \frac{1}{1-x^2} \mathrm{d}x = \frac{1}{2} \ln\left|\frac{1+x}{1-x}\right|$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm 1}} \mathrm{d}x = \ln\left|x + \sqrt{x^2 \pm 1}\right| = -\ln\left|x - \sqrt{x^2 \pm 1}\right|$$

„Tabulkové integrály“

$$\int x^a \mathrm{d}x = \frac{x^{a+1}}{a+1} \text{ pro } a \neq -1$$

$$\int \frac{1}{x} \mathrm{d}x = \ln|x|$$

$$\int \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = \mathrm{e}^x$$

$$\int a^x \mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a}$$

$$\int \ln x \mathrm{d}x = x(\ln x - 1)$$

$$\int \sin x \mathrm{d}x = -\cos x$$

$$\int \cos x \mathrm{d}x = \sin x$$

$$\int \frac{1}{(\cos x)^2} \mathrm{d}x = \operatorname{tg} x$$

$$\int \frac{1}{(\sin x)^2} \mathrm{d}x = -\operatorname{cotg} x$$

$$\int \frac{1}{1+x^2} \mathrm{d}x = \operatorname{arctg} x = -\operatorname{arccotg} x$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \mathrm{d}x = \arcsin x = -\arccos x$$

$$\int \frac{1}{1-x^2} \mathrm{d}x = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right|$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 \pm 1}} \mathrm{d}x = \ln \left| x + \sqrt{x^2 \pm 1} \right| = -\ln \left| x - \sqrt{x^2 \pm 1} \right|$$

$$\int \sqrt{1-x^2} \, \mathrm{d}x = \frac{1}{2} \left(x\sqrt{1-x^2} - \arccos x \right)$$

„Tabulkové integrály“

Příklady:

Příklady:

$$\int \left(3x^5 - 2x^3 + x^2 - 2\right) \mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int \left(3x^5 - 2x^3 + x^2 - 2\right) \mathrm{d}x = 3\frac{x^6}{6} - 2\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 2x = \tfrac{1}{2}x^6 - \tfrac{1}{2}x^4 - \tfrac{1}{3}x^2 - 2x$$

„Tabulkové integrály“

Příklady:

$$\int \left(3x^5 - 2x^3 + x^2 - 2\right) \mathrm{d}x = 3\frac{x^6}{6} - 2\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 2x = \tfrac{1}{2}x^6 - \tfrac{1}{2}x^4 - \tfrac{1}{3}x^2 - 2x$$

$$\int \frac{2x^2 - x + 2x\sqrt{x} - \sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1} \mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int \left(3x^5 - 2x^3 + x^2 - 2\right) \mathrm{d}x = 3\frac{x^6}{6} - 2\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 2x = \tfrac{1}{2}x^6 - \tfrac{1}{2}x^4 - \tfrac{1}{3}x^2 - 2x$$

$$\int \frac{2x^2 - x + 2x\sqrt{x} - \sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \mathrm{d}x = \int \frac{2x\sqrt{x}\,(\sqrt{x}+1) - \sqrt{x}\,(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}+1} \mathrm{d}x =$$

$$= \int \left(2x^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{1}{2}}\right) \mathrm{d}x = 2\frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} - \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = \left(\tfrac{4}{5}x^2 - \tfrac{2}{3}x\right)\sqrt{x}$$

Příklady:

$$\int \left(3x^5 - 2x^3 + x^2 - 2\right) \mathrm{d}x = 3\frac{x^6}{6} - 2\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 2x = \tfrac{1}{2}x^6 - \tfrac{1}{2}x^4 - \tfrac{1}{3}x^2 - 2x$$

$$\int \frac{2x^2 - x + 2x\sqrt{x} - \sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \mathrm{d}x = \int \frac{2x\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right) - \sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}+1} \mathrm{d}x =$$

$$= \int \left(2x^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{1}{2}}\right) \mathrm{d}x = 2\frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} - \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = \left(\tfrac{4}{5}x^2 - \tfrac{2}{3}x\right)\sqrt{x}$$

$$\int \left(\frac{x-1}{3x}\right)^2 \mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int \left(3x^5 - 2x^3 + x^2 - 2\right) \mathrm{d}x = 3\frac{x^6}{6} - 2\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 2x = \tfrac{1}{2}x^6 - \tfrac{1}{2}x^4 - \tfrac{1}{3}x^2 - 2x$$

$$\int \frac{2x^2 - x + 2x\sqrt{x} - \sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} \mathrm{d}x = \int \frac{2x\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right) - \sqrt{x}\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}+1} \mathrm{d}x =$$

$$= \int \left(2x^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{1}{2}}\right) \mathrm{d}x = 2\frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} - \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} = \left(\tfrac{4}{5}x^2 - \tfrac{2}{3}x\right)\sqrt{x}$$

$$\int \left(\frac{x-1}{3x}\right)^2 \mathrm{d}x = \int \frac{x^2 - 2x + 1}{9x^2} \mathrm{d}x = \tfrac{1}{9}\int \left(1 - \frac{2}{x} + x^{-2}\right) \mathrm{d}x =$$

$$= \tfrac{1}{9}\left(x - 2\ln|x| - \frac{1}{x}\right) = \tfrac{1}{9}\left(\frac{x^2-1}{x} - \ln x^2\right)$$

Substituční metoda

$$F' = f, \quad F = \int f$$

Substituční metoda

$$F' = f, \quad F = \int f$$

Derivace složené funkce: $\big[F\big(\varphi(t)\big)\big]' = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} F\big(\varphi(t)\big) = f\big(\varphi(t)\big)\varphi'(t)$

$$F' = f, \quad F = \int f$$

Derivace složené funkce: $\big[F\big(\varphi(t)\big)\big]' = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} F\big(\varphi(t)\big) = f\big(\varphi(t)\big)\varphi'(t)$

Odtud: $\displaystyle\int f\big(\varphi(t)\big)\varphi'(t)\mathrm{d}t = F\big(\varphi(t)\big)$

Substituční metoda

$$F' = f, \qquad F = \int f$$

Derivace složené funkce: $\big[F\big(\varphi(t)\big)\big]' = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} F\big(\varphi(t)\big) = f\big(\varphi(t)\big)\varphi'(t)$

Odtud: $\displaystyle\int f\big(\varphi(t)\big)\varphi'(t)\mathrm{d}t = F\big(\varphi(t)\big)$

Použití vzorce:

Substituční metoda

$$F' = f, \quad F = \int f$$

Derivace složené funkce: $\big[F\big(\varphi(t)\big)\big]' = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}F\big(\varphi(t)\big) = f\big(\varphi(t)\big)\varphi'(t)$

Odtud: $\displaystyle\int f\big(\varphi(t)\big)\varphi'(t)\mathrm{d}t = F\big(\varphi(t)\big)$

Použití vzorce: **1.** Výpočet integrálu $\int f\big(\varphi(x)\big)\varphi'(x)\mathrm{d}x$

Substituční metoda

$$F' = f, \qquad F = \int f$$

Derivace složené funkce: $\big[F\big(\varphi(t)\big)\big]' = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} F\big(\varphi(t)\big) = f\big(\varphi(t)\big)\varphi'(t)$

Odtud: $\displaystyle\int f\big(\varphi(t)\big)\varphi'(t)\mathrm{d}t = F\big(\varphi(t)\big)$

Použití vzorce: **1.** Výpočet integrálu $\int f\big(\varphi(x)\big)\varphi'(x)\mathrm{d}x$
substituce: $\varphi(x) = s$, $\mathrm{d}\varphi(x) = \varphi'(x)\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

Substituční metoda

$$F' = f, \qquad F = \int f$$

Derivace složené funkce: $\big[F\big(\varphi(t)\big)\big]' = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}F\big(\varphi(t)\big) = f\big(\varphi(t)\big)\varphi'(t)$

Odtud: $\displaystyle\int f\big(\varphi(t)\big)\varphi'(t)\mathrm{d}t = F\big(\varphi(t)\big)$

Použití vzorce:

1. Výpočet integrálu $\int f\big(\varphi(x)\big)\varphi'(x)\mathrm{d}x$
substituce: $\varphi(x) = s$, $\mathrm{d}\varphi(x) = \varphi'(x)\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int f\big(\varphi(x)\big)\varphi'(x)\mathrm{d}x = \int f(s)\mathrm{d}s = F(s) = F\big(\varphi(x)\big)$$

Substituční metoda

$$F' = f, \quad F = \int f$$

Derivace složené funkce: $\big[F\big(\varphi(t)\big)\big]' = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}F\big(\varphi(t)\big) = f\big(\varphi(t)\big)\varphi'(t)$

Odtud: $\displaystyle\int f\big(\varphi(t)\big)\varphi'(t)\mathrm{d}t = F\big(\varphi(t)\big)$

Použití vzorce:

1. Výpočet integrálu $\int f\big(\varphi(x)\big)\varphi'(x)\mathrm{d}x$
substituce: $\varphi(x) = s$, $\mathrm{d}\varphi(x) = \varphi'(x)\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int f\big(\varphi(x)\big)\varphi'(x)\mathrm{d}x = \int f(s)\mathrm{d}s = F(s) = F\big(\varphi(x)\big)$$

2. Výpočet integrálu $\int f(x)\mathrm{d}x$

Substituční metoda

$$F' = f, \quad F = \int f$$

Derivace složené funkce: $\big[F\big(\varphi(t)\big)\big]' = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} F\big(\varphi(t)\big) = f\big(\varphi(t)\big)\varphi'(t)$

Odtud: $\displaystyle\int f\big(\varphi(t)\big)\varphi'(t)\mathrm{d}t = F\big(\varphi(t)\big)$

Použití vzorce:

1. Výpočet integrálu $\int f\big(\varphi(x)\big)\varphi'(x)\mathrm{d}x$
substituce: $\varphi(x) = s$, $\mathrm{d}\varphi(x) = \varphi'(x)\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int f\big(\varphi(x)\big)\varphi'(x)\mathrm{d}x = \int f(s)\mathrm{d}s = F(s) = F\big(\varphi(x)\big)$$

2. Výpočet integrálu $\int f(x)\mathrm{d}x$
substituce: $x = \varphi(s)$, $\mathrm{d}x = \mathrm{d}\varphi(s) = \varphi'(s)\mathrm{d}s$

Substituční metoda

$$F' = f, \qquad F = \int f$$

Derivace složené funkce: $\big[F\big(\varphi(t)\big)\big]' = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}F\big(\varphi(t)\big) = f\big(\varphi(t)\big)\varphi'(t)$

Odtud: $\displaystyle\int f\big(\varphi(t)\big)\varphi'(t)\mathrm{d}t = F\big(\varphi(t)\big)$

Použití vzorce:

1. Výpočet integrálu $\int f\big(\varphi(x)\big)\varphi'(x)\mathrm{d}x$
substituce: $\varphi(x) = s$, $\mathrm{d}\varphi(x) = \varphi'(x)\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int f\big(\varphi(x)\big)\varphi'(x)\mathrm{d}x = \int f(s)\mathrm{d}s = F(s) = F\big(\varphi(x)\big)$$

2. Výpočet integrálu $\int f(x)\mathrm{d}x$
substituce: $x = \varphi(s)$, $\mathrm{d}x = \mathrm{d}\varphi(s) = \varphi'(s)\mathrm{d}s$

$$\int f(x)\mathrm{d}x = \int f\big(\varphi(s)\big)\varphi'(s)\mathrm{d}s = F\big(\varphi(s)\big) = F(x)$$

Příklady:

Příklady:

$$\int \frac{(\ln x)^2}{x} \mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int \frac{(\ln x)^2}{x} \mathrm{d}x$$

substituce: $\ln x = s, \; \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

Příklady:

$$\int \frac{(\ln x)^2}{x} \mathrm{d}x = \int s^2 \mathrm{d}s = \tfrac{1}{3} s^3 = \tfrac{1}{3} (\ln x)^3$$

substituce: $\ln x = s, \ \dfrac{1}{x} \mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

Příklady:

$$\int \frac{(\ln x)^2}{x} \mathrm{d}x = \int s^2 \mathrm{d}s = \tfrac{1}{3} s^3 = \tfrac{1}{3} (\ln x)^3$$

substituce: $\ln x = s, \ \dfrac{1}{x} \mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int x \mathrm{e}^{x^2} \mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int \frac{(\ln x)^2}{x} \mathrm{d}x = \int s^2 \mathrm{d}s = \tfrac{1}{3} s^3 = \tfrac{1}{3} (\ln x)^3$$

substituce: $\ln x = s, \ \dfrac{1}{x} \mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int x \mathrm{e}^{x^2} \mathrm{d}x = \tfrac{1}{2} \int 2x \mathrm{e}^{x^2} \mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int \frac{(\ln x)^2}{x}\mathrm{d}x = \int s^2 \mathrm{d}s = \tfrac{1}{3}s^3 = \tfrac{1}{3}(\ln x)^3$$

substituce: $\ln x = s,\ \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int x\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int 2x\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x$$

substituce: $x^2 = s,\ 2x\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

Substituční metoda

Příklady:

$$\int \frac{(\ln x)^2}{x}\mathrm{d}x = \int s^2 \mathrm{d}s = \tfrac{1}{3}s^3 = \tfrac{1}{3}(\ln x)^3$$

substituce: $\ln x = s, \ \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int x\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int 2x\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \mathrm{e}^s \mathrm{d}s = \tfrac{1}{2}\mathrm{e}^s = \tfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2}$$

substituce: $x^2 = s, \ 2x\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

Substituční metoda

Příklady:

$$\int \frac{(\ln x)^2}{x}\mathrm{d}x = \int s^2 \mathrm{d}s = \tfrac{1}{3}s^3 = \tfrac{1}{3}(\ln x)^3$$

substituce: $\ln x = s,\ \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int x\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int 2x\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \mathrm{e}^s\mathrm{d}s = \tfrac{1}{2}\mathrm{e}^s = \tfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2}$$

substituce: $x^2 = s,\ 2x\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int \frac{x^3+x}{x^4+1}\mathrm{d}x$$

Substituční metoda

Příklady:

$$\int \frac{(\ln x)^2}{x}\mathrm{d}x = \int s^2 \mathrm{d}s = \tfrac{1}{3}s^3 = \tfrac{1}{3}(\ln x)^3$$

substituce: $\ln x = s,\ \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int x\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int 2x\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \mathrm{e}^s\mathrm{d}s = \tfrac{1}{2}\mathrm{e}^s = \tfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2}$$

substituce: $x^2 = s,\ 2x\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int \frac{x^3+x}{x^4+1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{4}\int \frac{4x^3}{x^4+1}\mathrm{d}x + \tfrac{1}{2}\int \frac{2x}{x^4+1}\mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int \frac{(\ln x)^2}{x}\mathrm{d}x = \int s^2 \mathrm{d}s = \tfrac{1}{3}s^3 = \tfrac{1}{3}(\ln x)^3$$

substituce: $\ln x = s,\ \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int x\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int 2x\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \mathrm{e}^s \mathrm{d}s = \tfrac{1}{2}\mathrm{e}^s = \tfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2}$$

substituce: $x^2 = s,\ 2x\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int \frac{x^3+x}{x^4+1}\mathrm{d}x \qquad \tfrac{1}{4}\int \frac{4x^3}{x^4+1}\mathrm{d}x$$

substituce 1: $x^4+1 = s,\ 4x^3\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

Příklady:

$$\int \frac{(\ln x)^2}{x}\mathrm{d}x = \int s^2 \mathrm{d}s = \tfrac{1}{3}s^3 = \tfrac{1}{3}(\ln x)^3$$

substituce: $\ln x = s,\ \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int x\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int 2x\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \mathrm{e}^s \mathrm{d}s = \tfrac{1}{2}\mathrm{e}^s = \tfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2}$$

substituce: $x^2 = s,\ 2x\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int \frac{x^3+x}{x^4+1}\mathrm{d}x \qquad \tfrac{1}{4}\int \frac{4x^3}{x^4+1}\mathrm{d}x \qquad = \tfrac{1}{4}\int \frac{1}{s}\mathrm{d}s$$

$$= \tfrac{1}{4}\ln|s|$$

substituce 1: $x^4+1 = s,\ 4x^3\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

Příklady:

$$\int \frac{(\ln x)^2}{x}\mathrm{d}x = \int s^2 \mathrm{d}s = \tfrac{1}{3}s^3 = \tfrac{1}{3}(\ln x)^3$$

substituce: $\ln x = s,\ \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int x\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int 2x\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \mathrm{e}^s \mathrm{d}s = \tfrac{1}{2}\mathrm{e}^s = \tfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2}$$

substituce: $x^2 = s,\ 2x\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int \frac{x^3+x}{x^4+1}\mathrm{d}x \qquad \tfrac{1}{4}\int \frac{4x^3}{x^4+1}\mathrm{d}x + \tfrac{1}{2}\int \frac{2x}{x^4+1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{4}\int \frac{1}{s}\mathrm{d}s$$

$$= \tfrac{1}{4}\ln|s|$$

substituce 1: $x^4+1 = s,\ 4x^3\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

substituce 2: $x^2 = t,\ 2x\mathrm{d}x = \mathrm{d}t$

Substituční metoda

Příklady:

$$\int \frac{(\ln x)^2}{x}\,\mathrm{d}x = \int s^2\,\mathrm{d}s = \tfrac{1}{3}s^3 = \tfrac{1}{3}(\ln x)^3$$

substituce: $\ln x = s,\ \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int x\mathrm{e}^{x^2}\,\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int 2x\mathrm{e}^{x^2}\,\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \mathrm{e}^s\,\mathrm{d}s = \tfrac{1}{2}\mathrm{e}^s = \tfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2}$$

substituce: $x^2 = s,\ 2x\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int \frac{x^3+x}{x^4+1}\,\mathrm{d}x \qquad \tfrac{1}{4}\int \frac{4x^3}{x^4+1}\,\mathrm{d}x + \tfrac{1}{2}\int \frac{2x}{x^4+1}\,\mathrm{d}x = \tfrac{1}{4}\int \frac{1}{s}\,\mathrm{d}s + \tfrac{1}{2}\int \frac{1}{t^2+1}\,\mathrm{d}t =$$

$$= \tfrac{1}{4}\ln|s| + \tfrac{1}{2}\operatorname{arctg} t$$

substituce 1: $x^4+1 = s,\ 4x^3\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$
substituce 2: $x^2 = t,\ 2x\mathrm{d}x = \mathrm{d}t$

Substituční metoda

Příklady:

$$\int \frac{(\ln x)^2}{x}\mathrm{d}x = \int s^2 \mathrm{d}s = \tfrac{1}{3}s^3 = \tfrac{1}{3}(\ln x)^3$$

substituce: $\ln x = s,\ \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int x\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int 2x\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \mathrm{e}^s \mathrm{d}s = \tfrac{1}{2}\mathrm{e}^s = \tfrac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2}$$

substituce: $x^2 = s,\ 2x\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int \frac{x^3+x}{x^4+1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{4}\int \frac{4x^3}{x^4+1}\mathrm{d}x + \tfrac{1}{2}\int \frac{2x}{x^4+1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{4}\int \frac{1}{s}\mathrm{d}s + \tfrac{1}{2}\int \frac{1}{t^2+1}\mathrm{d}t =$$

$$= \tfrac{1}{4}\ln|s| + \tfrac{1}{2}\operatorname{arctg} t = \tfrac{1}{4}\ln(x^4+1) + \tfrac{1}{2}\operatorname{arctg} x^2$$

substituce 1: $x^4+1 = s,\ 4x^3\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$
substituce 2: $x^2 = t,\ 2x\mathrm{d}x = \mathrm{d}t$

Příklady:

$$\int \frac{1-5x}{3-5x}\mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int \frac{1-5x}{3-5x}\mathrm{d}x = \int \frac{3-5x-2}{3-5x}\mathrm{d}x = \int 1\mathrm{d}x - 2\int \frac{1}{3-5x}\mathrm{d}x = x + \tfrac{2}{5}\int \frac{-5}{3-5x}\mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int \frac{1-5x}{3-5x}\mathrm{d}x = \int \frac{3-5x-2}{3-5x}\mathrm{d}x = \int 1\mathrm{d}x - 2\int \frac{1}{3-5x}\mathrm{d}x = x + \tfrac{2}{5}\int \frac{-5}{3-5x}\mathrm{d}x$$

substituce: $3-5x = s,\ -5\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

Příklady:

$$\int \frac{1-5x}{3-5x}\mathrm{d}x = \int \frac{3-5x-2}{3-5x}\mathrm{d}x = \int 1\mathrm{d}x - 2\int \frac{1}{3-5x}\mathrm{d}x = x + \tfrac{2}{5}\int \frac{-5}{3-5x}\mathrm{d}x =$$

$$= x + \tfrac{2}{5}\int \frac{1}{s}\mathrm{d}s = x + \tfrac{2}{5}\ln|s| = x + \tfrac{2}{5}\ln|3-5x|$$

substituce: $3-5x = s,\ -5\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

Substituční metoda

Příklady:

$$\int \frac{1-5x}{3-5x}\mathrm{d}x = \int \frac{3-5x-2}{3-5x}\mathrm{d}x = \int 1\mathrm{d}x - 2\int \frac{1}{3-5x}\mathrm{d}x = x + \tfrac{2}{5}\int \frac{-5}{3-5x}\mathrm{d}x =$$

$$= x + \tfrac{2}{5}\int \frac{1}{s}\mathrm{d}s = x + \tfrac{2}{5}\ln|s| = x + \tfrac{2}{5}\ln|3-5x|$$

substituce: $3-5x = s,\ -5\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int (\sin x)^2 \mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int \frac{1-5x}{3-5x}\mathrm{d}x = \int \frac{3-5x-2}{3-5x}\mathrm{d}x = \int 1\mathrm{d}x - 2\int \frac{1}{3-5x}\mathrm{d}x = x + \tfrac{2}{5}\int \frac{-5}{3-5x}\mathrm{d}x =$$

$$= x + \tfrac{2}{5}\int \frac{1}{s}\mathrm{d}s = x + \tfrac{2}{5}\ln|s| = x + \tfrac{2}{5}\ln|3-5x|$$

substituce: $3-5x = s,\ -5\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int (\sin x)^2\mathrm{d}x = \int \frac{1-\cos 2x}{2}\mathrm{d}x = \int \frac{1}{2}\mathrm{d}x - \tfrac{1}{2}\int \cos 2x\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}x - \tfrac{1}{2}\int \cos 2x\mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int \frac{1-5x}{3-5x}\mathrm{d}x = \int \frac{3-5x-2}{3-5x}\mathrm{d}x = \int 1\mathrm{d}x - 2\int \frac{1}{3-5x}\mathrm{d}x = x + \tfrac{2}{5}\int \frac{-5}{3-5x}\mathrm{d}x =$$

$$= x + \tfrac{2}{5}\int \frac{1}{s}\mathrm{d}s = x + \tfrac{2}{5}\ln|s| = x + \tfrac{2}{5}\ln|3-5x|$$

substituce: $3-5x = s,\ -5\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int (\sin x)^2\mathrm{d}x = \int \frac{1-\cos 2x}{2}\mathrm{d}x = \int \frac{1}{2}\mathrm{d}x - \tfrac{1}{2}\int \cos 2x\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}x - \tfrac{1}{2}\int \cos 2x\mathrm{d}x$$

substituce: $2x = s$, $2\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$, $\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\mathrm{d}s$

Příklady:

$$\int \frac{1-5x}{3-5x}\mathrm{d}x = \int \frac{3-5x-2}{3-5x}\mathrm{d}x = \int 1\mathrm{d}x - 2\int \frac{1}{3-5x}\mathrm{d}x = x + \tfrac{2}{5}\int \frac{-5}{3-5x}\mathrm{d}x =$$

$$= x + \tfrac{2}{5}\int \frac{1}{s}\mathrm{d}s = x + \tfrac{2}{5}\ln|s| = x + \tfrac{2}{5}\ln|3-5x|$$

substituce: $3-5x = s,\ -5\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int (\sin x)^2\mathrm{d}x = \int \frac{1-\cos 2x}{2}\mathrm{d}x = \int \frac{1}{2}\mathrm{d}x - \tfrac{1}{2}\int \cos 2x\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}x - \tfrac{1}{2}\int \cos 2x\mathrm{d}x =$$

$$= \tfrac{1}{2}x - \tfrac{1}{4}\int \cos s\mathrm{d}s = \tfrac{1}{2}x - \tfrac{1}{4}\sin s = \tfrac{1}{2}x - \tfrac{1}{4}\sin 2x = \tfrac{1}{2}(x - \sin x\cos x)$$

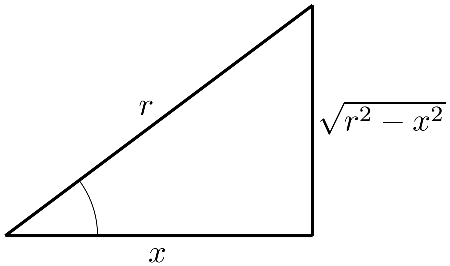
substituce: $2x = s$, $2\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$, $\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\mathrm{d}s$

Příklady:

$$\int \sqrt{r^2 - x^2}\,\mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int \sqrt{r^2 - x^2}\,\mathrm{d}x$$



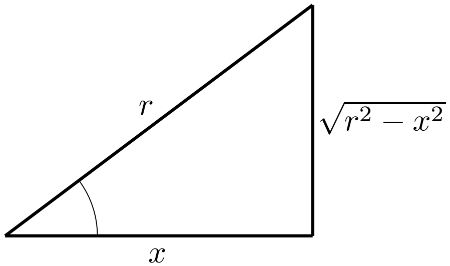
substituce: $x = r\cos s$, $\mathrm{d}x = -r\sin s\,\mathrm{d}s$

$$\sqrt{r^2 - (r\cos s)^2} = \sqrt{r^2\big(1 - (\cos s)^2\big)} = r\sin s$$

Substituční metoda

Příklady:

$$\int \sqrt{r^2 - x^2}\,\mathrm{d}x = -r^2 \int (\sin s)^2 \mathrm{d}s = \tfrac{1}{2} r^2 (\sin s \cos s - s)$$

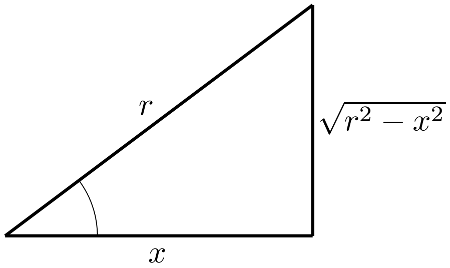


substituce: $x = r\cos s,\ \mathrm{d}x = -r \sin s\,\mathrm{d}s$

$$\sqrt{r^2 - (r\cos s)^2} = \sqrt{r^2\big(1 - (\cos s)^2\big)} = r \sin s$$

Příklady:

$$\int \sqrt{r^2 - x^2}\,\mathrm{d}x = -r^2 \int (\sin s)^2 \mathrm{d}s = \tfrac{1}{2} r^2 (\sin s \cos s - s)$$



substituce: $x = r\cos s,\ \mathrm{d}x = -r \sin s\,\mathrm{d}s$

$$\sqrt{r^2 - (r\cos s)^2} = \sqrt{r^2\bigl(1 - (\cos s)^2\bigr)} = r \sin s$$

$$s = \arccos \frac{x}{r},\ \sin s = \sqrt{1 - \left(\frac{x}{r}\right)^2} = \frac{\sqrt{r^2 - x^2}}{r}$$

Příklady:

$$\int \sqrt{r^2 - x^2}\,\mathrm{d}x = -r^2 \int (\sin s)^2 \mathrm{d}s = \tfrac{1}{2} r^2 (\sin s \cos s - s) =$$
$$= \tfrac{1}{2} r^2 \left(\frac{\sqrt{r^2 - x^2}}{r} \frac{x}{r} - \arccos \frac{x}{r} \right) = \tfrac{1}{2} x \sqrt{r^2 - x^2} - \tfrac{1}{2} r^2 \arccos \frac{x}{r}$$

substituce: $x = r \cos s,\ \mathrm{d}x = -r \sin s\,\mathrm{d}s$

$$\sqrt{r^2 - (r \cos s)^2} = \sqrt{r^2 \big(1 - (\cos s)^2\big)} = r \sin s$$

$$s = \arccos \frac{x}{r},\ \sin s = \sqrt{1 - \left(\frac{x}{r}\right)^2} = \frac{\sqrt{r^2 - x^2}}{r}$$

Substituční metoda

Příklady:

$$\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$$

substituce: $x = s^2$, $\mathrm{d}x = 2s\,\mathrm{d}s$

Příklady:

$$\int \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\mathrm{d}x = \int \frac{s}{1+s}2s\,\mathrm{d}s = 2\int \frac{s^2}{1+s}\mathrm{d}s = 2\int \frac{s^2-1+1}{s+1}\mathrm{d}s =$$

$$= \int \left(2s - 2 + 2\frac{1}{s+1}\right)\mathrm{d}s = s^2 - 2s + 2\ln|s+1| = x - 2\sqrt{x} + \ln\left(1+\sqrt{x}\right)^2$$

substituce: $x = s^2$, $\mathrm{d}x = 2s\,\mathrm{d}s$

Substituční metoda

Lineární substituce:

$$\int f(ax+b)\mathrm{d}x$$

Lineární substituce:

$$\int f(ax+b)\mathrm{d}x$$

substituce: $ax+b=s$, $a\mathrm{d}x=\mathrm{d}s$, $\mathrm{d}x=\dfrac{1}{a}\mathrm{d}s$

Lineární substituce:

$$\int f(ax+b)\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\int f(s)\mathrm{d}s = \frac{1}{a}F(s) = \frac{1}{a}F(ax+b)$$

substituce: $ax+b=s$, $a\mathrm{d}x=\mathrm{d}s$, $\mathrm{d}x=\frac{1}{a}\mathrm{d}s$

Substituční metoda

Lineární substituce:

$$\int f(ax+b)\mathrm{d}x = \frac{1}{a}F(ax+b)$$

Substituční metoda

Lineární substituce:

$$\int f(ax+b)\mathrm{d}x = \frac{1}{a}F(ax+b)$$

Logaritmická substituce:

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x$$

Substituční metoda

Lineární substituce:

$$\int f(ax+b)\mathrm{d}x = \frac{1}{a}F(ax+b)$$

Logaritmická substituce:

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x$$

substituce: $\ln|f(x)| = s,\ \dfrac{1}{f(x)}f'(x)\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

Substituční metoda

Lineární substituce:

$$\int f(ax+b)\mathrm{d}x = \frac{1}{a}F(ax+b)$$

Logaritmická substituce:

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x = \int \mathrm{d}s = s = \ln|f(x)|$$

substituce: $\ln|f(x)| = s$, $\dfrac{1}{f(x)}f'(x)\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

Substituční metoda

Lineární substituce:

$$\int f(ax+b)\mathrm{d}x = \frac{1}{a}F(ax+b)$$

Logaritmická substituce:

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)}\mathrm{d}x = \ln|f(x)|$$

Integrace „per partes“

Integrace „per partes“

Derivace součinu funkcí:

$$\big(u(x)v(x)\big)' = u'(x)v(x) + u(x)v'(x),$$

Integrace „per partes“

Derivace součinu funkcí:

$$\big(u(x)v(x)\big)' = u'(x)v(x) + u(x)v'(x),$$

odtud

$$u(x)v'(x) = \big(u(x)v(x)\big)' - u'(x)v(x),$$

Integrace „per partes“

Derivace součinu funkcí:

$$\big(u(x)v(x)\big)' = u'(x)v(x) + u(x)v'(x),$$

odtud

$$u(x)v'(x) = \big(u(x)v(x)\big)' - u'(x)v(x),$$

tedy

$$\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)\mathrm{d}x$$

$$\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)\mathrm{d}x$$

Příklady:

Integrace „per partes“

$$\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)\mathrm{d}x$$

Příklady:

$\displaystyle\int (2-3x)\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x$

Integrace „per partes“

$$\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)\mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int (2-3x)\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x$$

$u = 2 - 3x$
$v' = \mathrm{e}^{1-x}$

$$\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)\mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int (2-3x)\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x$$

$$\begin{array}{ll} u = 2-3x & u' = -3 \\ v' = \mathrm{e}^{1-x} & v = -\mathrm{e}^{1-x} \end{array}$$

Integrace „per partes“

$$\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)\mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int (2-3x)\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x = -(2-3x)\mathrm{e}^{1-x} - \int 3\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x = (3x-2)\mathrm{e}^{1-x} + 3\mathrm{e}^{1-x} =$$
$$= (3x+1)\mathrm{e}^{1-x}$$

$$\begin{array}{ll} u = 2-3x & u' = -3 \\ v' = \mathrm{e}^{1-x} & v = -\mathrm{e}^{1-x} \end{array}$$

Integrace „per partes“

$$\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)\mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int (2-3x)\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x = -(2-3x)\mathrm{e}^{1-x} - \int 3\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x = (3x-2)\mathrm{e}^{1-x} + 3\mathrm{e}^{1-x} =$$
$$= (3x+1)\mathrm{e}^{1-x}$$

$$\int \ln x \mathrm{d}x$$

$$\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)\mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int (2-3x)\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x = -(2-3x)\mathrm{e}^{1-x} - \int 3\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x = (3x-2)\mathrm{e}^{1-x} + 3\mathrm{e}^{1-x} =$$
$$= (3x+1)\mathrm{e}^{1-x}$$

$$\int \ln x\mathrm{d}x$$

$$u = \ln x \qquad u' = \frac{1}{x}$$
$$v' = 1 \qquad v = x$$

Integrace „per partes“

$$\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)\mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int (2-3x)\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x = -(2-3x)\mathrm{e}^{1-x} - \int 3\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x = (3x-2)\mathrm{e}^{1-x} + 3\mathrm{e}^{1-x} =$$

$$= (3x+1)\mathrm{e}^{1-x}$$

$$\int \ln x \mathrm{d}x = x\ln x - \int 1\mathrm{d}x = x\ln x - x = x(\ln x - 1)$$

$$u = \ln x \qquad u' = \frac{1}{x}$$

$$v' = 1 \qquad v = x$$

Integrace „per partes“

$$\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)\mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int (2-3x)\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x = -(2-3x)\mathrm{e}^{1-x} - \int 3\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x = (3x-2)\mathrm{e}^{1-x} + 3\mathrm{e}^{1-x} =$$

$$= (3x+1)\mathrm{e}^{1-x}$$

$$\int \ln x\mathrm{d}x = x\ln x - \int 1\mathrm{d}x = x\ln x - x = x(\ln x - 1)$$

$$\int x^2 \cos x \,\mathrm{d}x$$

Integrace „per partes“

$$\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)\mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int (2-3x)\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x = -(2-3x)\mathrm{e}^{1-x} - \int 3\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x = (3x-2)\mathrm{e}^{1-x} + 3\mathrm{e}^{1-x} =$$
$$= (3x+1)\mathrm{e}^{1-x}$$

$$\int \ln x\mathrm{d}x = x\ln x - \int 1\mathrm{d}x = x\ln x - x = x(\ln x - 1)$$

$$\int x^2 \cos x \, \mathrm{d}x$$

$$\begin{array}{ll} u = x^2 & u' = 2x \\ v' = \cos x & v = \sin x \end{array}$$

Integrace „per partes“

$$\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)\mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int (2-3x)\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x = -(2-3x)\mathrm{e}^{1-x} - \int 3\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x = (3x-2)\mathrm{e}^{1-x} + 3\mathrm{e}^{1-x} =$$
$$= (3x+1)\mathrm{e}^{1-x}$$

$$\int \ln x\mathrm{d}x = x\ln x - \int 1\mathrm{d}x = x\ln x - x = x(\ln x - 1)$$

$$\int x^2\cos x\,\mathrm{d}x = x^2\sin x - 2\int x\sin x\,\mathrm{d}x$$

$$\begin{array}{ll} u = x^2 & u' = 2x \\ v' = \cos x & v = \sin x \end{array}$$

$$\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)\mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int (2-3x)\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x = -(2-3x)\mathrm{e}^{1-x} - \int 3\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x = (3x-2)\mathrm{e}^{1-x} + 3\mathrm{e}^{1-x} =$$

$$= (3x+1)\mathrm{e}^{1-x}$$

$$\int \ln x \mathrm{d}x = x\ln x - \int 1\mathrm{d}x = x\ln x - x = x(\ln x - 1)$$

$$\int x^2 \cos x \, \mathrm{d}x = x^2 \sin x - 2\int x \sin x \, \mathrm{d}x$$

$$\begin{array}{ll} u = x & u' = 1 \\ v' = \sin x & v = -\cos x \end{array}$$

Integrace „per partes“

$$\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)\mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int (2-3x)\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x = -(2-3x)\mathrm{e}^{1-x} - \int 3\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x = (3x-2)\mathrm{e}^{1-x} + 3\mathrm{e}^{1-x} =$$

$$= (3x+1)\mathrm{e}^{1-x}$$

$$\int \ln x\mathrm{d}x = x\ln x - \int 1\mathrm{d}x = x\ln x - x = x(\ln x - 1)$$

$$\int x^2\cos x\,\mathrm{d}x = x^2\sin x - 2\int x\sin x\,\mathrm{d}x = x^2\sin x - 2\left(-x\cos x + \int \cos x\,\mathrm{d}x\right)$$

$$\begin{array}{ll} u = x & u' = 1 \\ v' = \sin x & v = -\cos x \end{array}$$

$$\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x)\mathrm{d}x$$

Příklady:

$$\int (2-3x)\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x = -(2-3x)\mathrm{e}^{1-x} - \int 3\mathrm{e}^{1-x}\mathrm{d}x = (3x-2)\mathrm{e}^{1-x} + 3\mathrm{e}^{1-x} =$$
$$= (3x+1)\mathrm{e}^{1-x}$$

$$\int \ln x\mathrm{d}x = x\ln x - \int 1\mathrm{d}x = x\ln x - x = x(\ln x - 1)$$

$$\int x^2\cos x\,\mathrm{d}x = x^2\sin x - 2\int x\sin x\,\mathrm{d}x = x^2\sin x - 2\left(-x\cos x + \int \cos x\,\mathrm{d}x\right) =$$
$$= x^2\sin x + 2x\cos x - 2\sin x = \left(x^2-2\right)\sin x + 2x\cos x$$

Příklady

$$\int \frac{x^2\sqrt{x}}{x^5}\,\mathrm{d}x$$

Příklady

$$\int \frac{x^2\sqrt{x}}{x^5}\mathrm{d}x = \int x^{2+\frac{1}{2}-5}\mathrm{d}x = \int x^{-\frac{5}{2}}\,\mathrm{d}x = \frac{x^{-\frac{3}{2}}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{2}{3}\frac{1}{\sqrt{x^3}}$$

Příklady

$$\int \frac{x^2\sqrt{x}}{x^5}\mathrm{d}x = \int x^{2+\frac{1}{2}-5}\mathrm{d}x = \int x^{-\frac{5}{2}}\,\mathrm{d}x = \frac{x^{-\frac{3}{2}}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{2}{3}\frac{1}{\sqrt{x^3}}$$

$$\int \left(7\mathrm{e}^x - \frac{6}{x}\right)\mathrm{d}x$$

Příklady

$$\int \frac{x^2\sqrt{x}}{x^5}\mathrm{d}x = \int x^{2+\frac{1}{2}-5}\mathrm{d}x = \int x^{-\frac{5}{2}}\,\mathrm{d}x = \frac{x^{-\frac{3}{2}}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{2}{3}\frac{1}{\sqrt{x^3}}$$

$$\int \left(7\mathrm{e}^x - \frac{6}{x}\right)\mathrm{d}x = 7\mathrm{e}^x - 6\ln|x| = 7\mathrm{e}^x - \ln x^6$$

Příklady

$$\int \frac{x^2\sqrt{x}}{x^5}\mathrm{d}x = \int x^{2+\frac{1}{2}-5}\mathrm{d}x = \int x^{-\frac{5}{2}}\,\mathrm{d}x = \frac{x^{-\frac{3}{2}}}{-\frac{3}{2}} = -\tfrac{2}{3}\frac{1}{\sqrt{x^3}}$$

$$\int \left(7\mathrm{e}^x - \frac{6}{x}\right)\mathrm{d}x = 7\mathrm{e}^x - 6\ln|x| = 7\mathrm{e}^x - \ln x^6$$

$$\int (\operatorname{cotg} x)^2\,\mathrm{d}x$$

Příklady

$$\int \frac{x^2\sqrt{x}}{x^5}\mathrm{d}x = \int x^{2+\frac{1}{2}-5}\mathrm{d}x = \int x^{-\frac{5}{2}}\,\mathrm{d}x = \frac{x^{-\frac{3}{2}}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{2}{3}\frac{1}{\sqrt{x^3}}$$

$$\int \left(7\mathrm{e}^x - \frac{6}{x}\right)\mathrm{d}x = 7\mathrm{e}^x - 6\ln|x| = 7\mathrm{e}^x - \ln x^6$$

$$\int (\operatorname{cotg} x)^2\,\mathrm{d}x = \int \left(\frac{\cos x}{\sin x}\right)^2\mathrm{d}x = \int \frac{1-(\sin x)^2}{(\sin x)^2}\mathrm{d}x = \int \left(\frac{1}{(\sin x)^2} - 1\right)\mathrm{d}x =$$
$$= -\operatorname{cotg} x - x$$

Příklady

$$\int \frac{x^2\sqrt{x}}{x^5}\mathrm{d}x = \int x^{2+\frac{1}{2}-5}\mathrm{d}x = \int x^{-\frac{5}{2}}\,\mathrm{d}x = \frac{x^{-\frac{3}{2}}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{2}{3}\frac{1}{\sqrt{x^3}}$$

$$\int \left(7\mathrm{e}^x - \frac{6}{x}\right)\mathrm{d}x = 7\mathrm{e}^x - 6\ln|x| = 7\mathrm{e}^x - \ln x^6$$

$$\int (\operatorname{cotg} x)^2\,\mathrm{d}x = \int \left(\frac{\cos x}{\sin x}\right)^2\mathrm{d}x = \int \frac{1-(\sin x)^2}{(\sin x)^2}\mathrm{d}x = \int \left(\frac{1}{(\sin x)^2} - 1\right)\mathrm{d}x =$$
$$= -\operatorname{cotg} x - x$$

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x$$

$$\int \frac{x^2\sqrt{x}}{x^5}\mathrm{d}x = \int x^{2+\frac{1}{2}-5}\mathrm{d}x = \int x^{-\frac{5}{2}}\mathrm{d}x = \frac{x^{-\frac{3}{2}}}{-\frac{3}{2}} = -\tfrac{2}{3}\frac{1}{\sqrt{x^3}}$$

$$\int \left(7\mathrm{e}^x - \frac{6}{x}\right)\mathrm{d}x = 7\mathrm{e}^x - 6\ln|x| = 7\mathrm{e}^x - \ln x^6$$

$$\int (\operatorname{cotg} x)^2\,\mathrm{d}x = \int \left(\frac{\cos x}{\sin x}\right)^2\mathrm{d}x = \int \frac{1-(\sin x)^2}{(\sin x)^2}\mathrm{d}x = \int \left(\frac{1}{(\sin x)^2} - 1\right)\mathrm{d}x =$$
$$= -\operatorname{cotg} x - x$$

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x = \int \frac{1+x^2-1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x = \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x - \int \sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x =$$
$$= -\arccos x - \tfrac{1}{2}x\sqrt{1-x^2} + \tfrac{1}{2}\arccos x = -\tfrac{1}{2}\left(\arccos x + x\sqrt{1-x^2}\right)$$

Příklady

$$\int \frac{x^2\sqrt{x}}{x^5}\mathrm{d}x = \int x^{2+\frac{1}{2}-5}\mathrm{d}x = \int x^{-\frac{5}{2}}\mathrm{d}x = \frac{x^{-\frac{3}{2}}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{2}{3}\frac{1}{\sqrt{x^3}}$$

$$\int \left(7\mathrm{e}^x - \frac{6}{x}\right)\mathrm{d}x = 7\mathrm{e}^x - 6\ln|x| = 7\mathrm{e}^x - \ln x^6$$

$$\int (\operatorname{cotg} x)^2\,\mathrm{d}x = \int \left(\frac{\cos x}{\sin x}\right)^2\mathrm{d}x = \int \frac{1-(\sin x)^2}{(\sin x)^2}\mathrm{d}x = \int \left(\frac{1}{(\sin x)^2} - 1\right)\mathrm{d}x =$$
$$= -\operatorname{cotg} x - x$$

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x = \int \frac{1+x^2-1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x = \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x - \int \sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x =$$
$$= -\arccos x - \tfrac{1}{2}x\sqrt{1-x^2} + \tfrac{1}{2}\arccos x = -\tfrac{1}{2}\left(\arccos x + x\sqrt{1-x^2}\right)$$

$$\int 3\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x$$

Příklady

$$\int \frac{x^2\sqrt{x}}{x^5}\mathrm{d}x = \int x^{2+\frac{1}{2}-5}\mathrm{d}x = \int x^{-\frac{5}{2}}\mathrm{d}x = \frac{x^{-\frac{3}{2}}}{-\frac{3}{2}} = -\tfrac{2}{3}\frac{1}{\sqrt{x^3}}$$

$$\int \left(7\mathrm{e}^x - \frac{6}{x}\right)\mathrm{d}x = 7\mathrm{e}^x - 6\ln|x| = 7\mathrm{e}^x - \ln x^6$$

$$\int (\operatorname{cotg} x)^2\,\mathrm{d}x = \int \left(\frac{\cos x}{\sin x}\right)^2\mathrm{d}x = \int \frac{1-(\sin x)^2}{(\sin x)^2}\mathrm{d}x = \int \left(\frac{1}{(\sin x)^2} - 1\right)\mathrm{d}x =$$

$$= -\operatorname{cotg} x - x$$

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x = \int \frac{1+x^2-1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x = \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x - \int \sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x =$$

$$= -\arccos x - \tfrac{1}{2}x\sqrt{1-x^2} + \tfrac{1}{2}\arccos x = -\tfrac{1}{2}\left(\arccos x + x\sqrt{1-x^2}\right)$$

$$\int 3\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x = -3\mathrm{e}^{-x}$$

Příklady

$$\int \frac{x^2\sqrt{x}}{x^5}\mathrm{d}x = \int x^{2+\frac{1}{2}-5}\mathrm{d}x = \int x^{-\frac{5}{2}}\,\mathrm{d}x = \frac{x^{-\frac{3}{2}}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{2}{3}\frac{1}{\sqrt{x^3}}$$

$$\int \left(7\mathrm{e}^x - \frac{6}{x}\right)\mathrm{d}x = 7\mathrm{e}^x - 6\ln|x| = 7\mathrm{e}^x - \ln x^6$$

$$\int (\operatorname{cotg} x)^2\,\mathrm{d}x = \int \left(\frac{\cos x}{\sin x}\right)^2\mathrm{d}x = \int \frac{1-(\sin x)^2}{(\sin x)^2}\mathrm{d}x = \int \left(\frac{1}{(\sin x)^2} - 1\right)\mathrm{d}x =$$

$$= -\operatorname{cotg} x - x$$

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x = \int \frac{1+x^2-1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x = \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x - \int \sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x =$$

$$= -\arccos x - \tfrac{1}{2}x\sqrt{1-x^2} + \tfrac{1}{2}\arccos x = -\tfrac{1}{2}\left(\arccos x + x\sqrt{1-x^2}\right)$$

$$\int 3\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x = -3\mathrm{e}^{-x}$$

$$\int (3x-7)^{14}\mathrm{d}x$$

Příklady

$$\int \frac{x^2\sqrt{x}}{x^5}\mathrm{d}x = \int x^{2+\frac{1}{2}-5}\mathrm{d}x = \int x^{-\frac{5}{2}}\,\mathrm{d}x = \frac{x^{-\frac{3}{2}}}{-\frac{3}{2}} = -\frac{2}{3}\frac{1}{\sqrt{x^3}}$$

$$\int \left(7\mathrm{e}^x - \frac{6}{x}\right)\mathrm{d}x = 7\mathrm{e}^x - 6\ln|x| = 7\mathrm{e}^x - \ln x^6$$

$$\int (\operatorname{cotg} x)^2\,\mathrm{d}x = \int \left(\frac{\cos x}{\sin x}\right)^2\mathrm{d}x = \int \frac{1-(\sin x)^2}{(\sin x)^2}\mathrm{d}x = \int \left(\frac{1}{(\sin x)^2} - 1\right)\mathrm{d}x = \\ = -\operatorname{cotg} x - x$$

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x = \int \frac{1+x^2-1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x = \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x - \int \sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x = \\ = -\arccos x - \tfrac{1}{2}x\sqrt{1-x^2} + \tfrac{1}{2}\arccos x = -\tfrac{1}{2}\left(\arccos x + x\sqrt{1-x^2}\right)$$

$$\int 3\mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x = -3\mathrm{e}^{-x}$$

$$\int (3x-7)^{14}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{3}\frac{(3x-7)^{15}}{15} = \frac{(3x-7)^{15}}{45}$$

Příklady

$$\int \frac{x}{x^2 - 1} \mathrm{d}x$$

Příklady

$$\int \frac{x}{x^2-1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2-1}\mathrm{d}x$$

Příklady

$$\int \frac{x}{x^2-1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2-1}\mathrm{d}x$$

substituce: $x^2 - 1 = s$, $2x\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

Příklady

$$\int \frac{x}{x^2-1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2-1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{1}{s}\mathrm{d}s = \tfrac{1}{2}\ln|s| = \ln\sqrt{|x^2-1|}$$

substituce: $x^2 - 1 = s$, $2x\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

Příklady

$$\int \frac{x}{x^2-1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2-1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{1}{s}\mathrm{d}s = \tfrac{1}{2}\ln|s| = \ln\sqrt{|x^2-1|}$$

substituce: $x^2-1=s$, $2x\mathrm{d}x=\mathrm{d}s$

$$\int \operatorname{tg} x \mathrm{d}x$$

Příklady

$$\int \frac{x}{x^2-1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2-1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{1}{s}\mathrm{d}s = \tfrac{1}{2}\ln|s| = \ln\sqrt{|x^2-1|}$$

substituce: $x^2 - 1 = s$, $2x\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int \operatorname{tg} x \mathrm{d}x = \int \frac{\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x$$

Příklady

$$\int \frac{x}{x^2-1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2-1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{1}{s}\mathrm{d}s = \tfrac{1}{2}\ln|s| = \ln\sqrt{|x^2-1|}$$

substituce: $x^2-1=s$, $2x\mathrm{d}x=\mathrm{d}s$

$$\int \operatorname{tg} x \mathrm{d}x = \int \frac{\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x$$

substituce: $\ln|\cos x| = s$, $\dfrac{-\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

Příklady

$$\int \frac{x}{x^2-1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2-1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{1}{s}\mathrm{d}s = \tfrac{1}{2}\ln|s| = \ln\sqrt{|x^2-1|}$$

substituce: $x^2-1=s$, $2x\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int \operatorname{tg} x \mathrm{d}x = \int \frac{\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x = -\int \mathrm{d}s = -s = -\ln|\cos x|$$

substituce: $\ln|\cos x| = s$, $\dfrac{-\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

Příklady

$$\int \frac{x}{x^2-1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2-1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{1}{s}\mathrm{d}s = \tfrac{1}{2}\ln|s| = \ln\sqrt{|x^2-1|}$$

substituce: $x^2-1=s$, $2x\mathrm{d}x=\mathrm{d}s$

$$\int \operatorname{tg} x\mathrm{d}x = \int \frac{\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x = -\int \mathrm{d}s = -s = -\ln|\cos x|$$

substituce: $\ln|\cos x| = s$, $\dfrac{-\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int \frac{\sin x}{\sqrt{2+\cos x}}\mathrm{d}x$$

Příklady

$$\int \frac{x}{x^2-1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2-1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{1}{s}\mathrm{d}s = \tfrac{1}{2}\ln|s| = \ln\sqrt{|x^2-1|}$$

substituce: $x^2-1=s$, $2x\mathrm{d}x=\mathrm{d}s$

$$\int \operatorname{tg} x\mathrm{d}x = \int \frac{\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x = -\int \mathrm{d}s = -s = -\ln|\cos x|$$

substituce: $\ln|\cos x| = s$, $\dfrac{-\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int \frac{\sin x}{\sqrt{2+\cos x}}\mathrm{d}x$$

substituce: $2+\cos x = s$, $-\sin x\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

Příklady

$$\int \frac{x}{x^2-1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2-1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{1}{s}\mathrm{d}s = \tfrac{1}{2}\ln|s| = \ln\sqrt{|x^2-1|}$$

substituce: $x^2-1=s$, $2x\mathrm{d}x=\mathrm{d}s$

$$\int \operatorname{tg} x\mathrm{d}x = \int \frac{\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x = -\int \mathrm{d}s = -s = -\ln|\cos x|$$

substituce: $\ln|\cos x| = s$, $\dfrac{-\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int \frac{\sin x}{\sqrt{2+\cos x}}\mathrm{d}x = -\int \frac{1}{\sqrt{s}}\mathrm{d}s = -\int s^{-\frac{1}{2}}\mathrm{d}s = -\frac{s^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} = -2\sqrt{s} = -2\sqrt{2+\cos x}$$

substituce: $2+\cos x = s$, $-\sin x\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

Příklady

$$\int \frac{x}{x^2-1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2-1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{1}{s}\mathrm{d}s = \tfrac{1}{2}\ln|s| = \ln\sqrt{|x^2-1|}$$

substituce: $x^2-1=s$, $2x\mathrm{d}x=\mathrm{d}s$

$$\int \operatorname{tg} x \mathrm{d}x = \int \frac{\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x = -\int \mathrm{d}s = -s = -\ln|\cos x|$$

substituce: $\ln|\cos x| = s$, $\dfrac{-\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int \frac{\sin x}{\sqrt{2+\cos x}}\mathrm{d}x = -\int \frac{1}{\sqrt{s}}\mathrm{d}s = -\int s^{-\frac{1}{2}}\mathrm{d}s = -\frac{s^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} = -2\sqrt{s} = -2\sqrt{2+\cos x}$$

substituce: $2+\cos x = s$, $-\sin x\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int \frac{\mathrm{e}^{2x}}{\sqrt{\mathrm{e}^x-1}}\mathrm{d}x$$

Příklady

$$\int \frac{x}{x^2-1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2-1}\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{1}{s}\mathrm{d}s = \tfrac{1}{2}\ln|s| = \ln\sqrt{|x^2-1|}$$

substituce: $x^2-1=s$, $2x\mathrm{d}x=\mathrm{d}s$

$$\int \operatorname{tg} x\mathrm{d}x = \int \frac{\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x = -\int \mathrm{d}s = -s = -\ln|\cos x|$$

substituce: $\ln|\cos x| = s$, $\dfrac{-\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int \frac{\sin x}{\sqrt{2+\cos x}}\mathrm{d}x = -\int \frac{1}{\sqrt{s}}\mathrm{d}s = -\int s^{-\frac{1}{2}}\mathrm{d}s = -\frac{s^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} = -2\sqrt{s} = -2\sqrt{2+\cos x}$$

substituce: $2+\cos x = s$, $-\sin x\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int \frac{\mathrm{e}^{2x}}{\sqrt{\mathrm{e}^x-1}}\mathrm{d}x$$

substituce: $\mathrm{e}^x-1=s$, $\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\mathrm{d}s$

Příklady

$$\int \frac{x}{x^2-1}\,\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{2x}{x^2-1}\,\mathrm{d}x = \tfrac{1}{2}\int \frac{1}{s}\,\mathrm{d}s = \tfrac{1}{2}\ln|s| = \ln\sqrt{|x^2-1|}$$

substituce: $x^2-1=s$, $2x\mathrm{d}x=\mathrm{d}s$

$$\int \operatorname{tg} x\,\mathrm{d}x = \int \frac{\sin x}{\cos x}\,\mathrm{d}x = -\int \mathrm{d}s = -s = -\ln|\cos x|$$

substituce: $\ln|\cos x| = s$, $\dfrac{-\sin x}{\cos x}\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int \frac{\sin x}{\sqrt{2+\cos x}}\,\mathrm{d}x = -\int \frac{1}{\sqrt{s}}\,\mathrm{d}s = -\int s^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{d}s = -\frac{s^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} = -2\sqrt{s} = -2\sqrt{2+\cos x}$$

substituce: $2+\cos x = s$, $-\sin x\,\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

$$\int \frac{\mathrm{e}^{2x}}{\sqrt{\mathrm{e}^x-1}}\,\mathrm{d}x = \int \frac{s+1}{\sqrt{s}}\,\mathrm{d}s = \int \left(s^{\frac{1}{2}} + s^{-\frac{1}{2}}\right)\mathrm{d}s = \frac{s^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + \frac{s^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} = \tfrac{2}{3}s^{\frac{1}{2}}(s+3) =$$

$$= \tfrac{2}{3}\sqrt{\mathrm{e}^x-1}(\mathrm{e}^x+2)$$

substituce: $\mathrm{e}^x-1=s$, $\mathrm{e}^x\mathrm{d}x = \mathrm{d}s$

Příklady

$$\int x^3 \mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$$

Příklady

$$\int x^3 \mathrm{e}^x \, \mathrm{d}x$$

$$\begin{aligned} u &= x^3 & u' &= 3x^2 \\ v' &= \mathrm{e}^x & v &= \mathrm{e}^x \end{aligned}$$

Příklady

$$\int x^3 \mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = x^3 \mathrm{e}^x - 3 \int x^2 \mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$$

$$\begin{aligned} u &= x^3 & u' &= 3x^2 \\ v' &= \mathrm{e}^x & v &= \mathrm{e}^x \end{aligned}$$

Příklady

$$\int x^3 \mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\int x^2\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$$

$$\begin{aligned} u &= x^2 & u' &= 2x \\ v' &= \mathrm{e}^x & v &= \mathrm{e}^x \end{aligned}$$

Příklady

$$\int x^3 \mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\int x^2\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\left(x^2\mathrm{e}^x - 2\int x\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x\right) =$$

$$= x^3\mathrm{e}^x - 3x^2\mathrm{e}^x + 6\int x\mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x$$

$$\begin{array}{ll} u = x^2 & u' = 2x \\ v' = \mathrm{e}^x & v = \mathrm{e}^x \end{array}$$

Příklady

$$\int x^3 \mathrm{e}^x \,\mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\int x^2\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\left(x^2\mathrm{e}^x - 2\int x\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x\right) =$$
$$= x^3\mathrm{e}^x - 3x^2\mathrm{e}^x + 6\int x\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x$$

$$\begin{array}{ll} u = x & u' = 1 \\ v' = \mathrm{e}^x & v = \mathrm{e}^x \end{array}$$

Příklady

$$\int x^3 \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\int x^2\mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\left(x^2\mathrm{e}^x - 2\int x\mathrm{e}^x \mathrm{d}x\right) =$$

$$= x^3\mathrm{e}^x - 3x^2\mathrm{e}^x + 6\int x\mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3x^2\mathrm{e}^x + 6\left(x\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^x\right) =$$

$$= \left(x^3 - 3x^2 + 6x - 6\right)\mathrm{e}^x$$

$$\begin{array}{ll} u = x & u' = 1 \\ v' = \mathrm{e}^x & v = \mathrm{e}^x \end{array}$$

Příklady

$$\int x^3 \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\int x^2\mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\left(x^2\mathrm{e}^x - 2\int x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x\right) =$$

$$= x^3\mathrm{e}^x - 3x^2\mathrm{e}^x + 6\int x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3x^2\mathrm{e}^x + 6\left(x\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^x\right) =$$

$$= \left(x^3 - 3x^2 + 6x - 6\right)\mathrm{e}^x$$

$$\int x^2 \ln x \, \mathrm{d}x$$

Příklady

$$\int x^3 \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\int x^2\mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\left(x^2\mathrm{e}^x - 2\int x\mathrm{e}^x \mathrm{d}x\right) =$$

$$= x^3\mathrm{e}^x - 3x^2\mathrm{e}^x + 6\int x\mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3x^2\mathrm{e}^x + 6\left(x\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^x\right) =$$

$$= \left(x^3 - 3x^2 + 6x - 6\right)\mathrm{e}^x$$

$$\int x^2 \ln x \,\mathrm{d}x$$

$$u = \ln x \qquad u' = \frac{1}{x}$$

$$v' = x^2 \qquad v = \tfrac{1}{3}x^3$$

Příklady

$$\int x^3 \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\int x^2\mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\left(x^2\mathrm{e}^x - 2\int x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x\right) =$$

$$= x^3\mathrm{e}^x - 3x^2\mathrm{e}^x + 6\int x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3x^2\mathrm{e}^x + 6\left(x\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^x\right) =$$

$$= \left(x^3 - 3x^2 + 6x - 6\right)\mathrm{e}^x$$

$$\int x^2 \ln x \,\mathrm{d}x = \tfrac{1}{3}x^3 \ln x - \tfrac{1}{3}\int x^2 \mathrm{d}x = \tfrac{1}{3}x^3\ln x - \tfrac{1}{9}x^3 = \tfrac{1}{9}x^3\left(\ln x^3 - 1\right)$$

$$u = \ln x \qquad u' = \frac{1}{x}$$

$$v' = x^2 \qquad v = \tfrac{1}{3}x^3$$

Příklady

$$\int x^3 \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\int x^2\mathrm{e}^x\mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\left(x^2\mathrm{e}^x - 2\int x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x\right) =$$

$$= x^3\mathrm{e}^x - 3x^2\mathrm{e}^x + 6\int x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3x^2\mathrm{e}^x + 6\left(x\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^x\right) =$$

$$= \left(x^3 - 3x^2 + 6x - 6\right)\mathrm{e}^x$$

$$\int x^2 \ln x \,\mathrm{d}x = \tfrac{1}{3}x^3\ln x - \tfrac{1}{3}\int x^2\mathrm{d}x = \tfrac{1}{3}x^3\ln x - \tfrac{1}{9}x^3 = \tfrac{1}{9}x^3\left(\ln x^3 - 1\right)$$

$$I = \int \sin\ln x \,\mathrm{d}x$$

Příklady

$$\int x^3 \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\int x^2\mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\left(x^2\mathrm{e}^x - 2\int x\mathrm{e}^x \mathrm{d}x\right) =$$

$$= x^3\mathrm{e}^x - 3x^2\mathrm{e}^x + 6\int x\mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3x^2\mathrm{e}^x + 6\left(x\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^x\right) =$$

$$= \left(x^3 - 3x^2 + 6x - 6\right)\mathrm{e}^x$$

$$\int x^2 \ln x \,\mathrm{d}x = \tfrac{1}{3}x^3 \ln x - \tfrac{1}{3}\int x^2 \mathrm{d}x = \tfrac{1}{3}x^3 \ln x - \tfrac{1}{9}x^3 = \tfrac{1}{9}x^3\left(\ln x^3 - 1\right)$$

$$I = \int \sin\ln x \,\mathrm{d}x$$

$$\begin{aligned} u &= \sin\ln x & u' &= \frac{1}{x}\cos\ln x \\ v' &= 1 & v &= x \end{aligned}$$

Příklady

$$\int x^3 \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\int x^2\mathrm{e}^x\mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\left(x^2\mathrm{e}^x - 2\int x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x\right) =$$

$$= x^3\mathrm{e}^x - 3x^2\mathrm{e}^x + 6\int x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3x^2\mathrm{e}^x + 6\left(x\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^x\right) =$$

$$= \left(x^3 - 3x^2 + 6x - 6\right)\mathrm{e}^x$$

$$\int x^2 \ln x \, \mathrm{d}x = \tfrac{1}{3}x^3 \ln x - \tfrac{1}{3}\int x^2 \mathrm{d}x = \tfrac{1}{3}x^3\ln x - \tfrac{1}{9}x^3 = \tfrac{1}{9}x^3\left(\ln x^3 - 1\right)$$

$$I = \int \sin\ln x \, \mathrm{d}x = x\sin\ln x - \int \cos\ln x \, \mathrm{d}x$$

$$\begin{array}{ll} u = \sin\ln x & u' = \dfrac{1}{x}\cos\ln x \\ v' = 1 & v = x \end{array}$$

Příklady

$$\int x^3 \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\int x^2\mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\left(x^2\mathrm{e}^x - 2\int x\mathrm{e}^x \mathrm{d}x\right) =$$

$$= x^3\mathrm{e}^x - 3x^2\mathrm{e}^x + 6\int x\mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3x^2\mathrm{e}^x + 6\left(x\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^x\right) =$$

$$= \left(x^3 - 3x^2 + 6x - 6\right)\mathrm{e}^x$$

$$\int x^2 \ln x \,\mathrm{d}x = \tfrac{1}{3}x^3 \ln x - \tfrac{1}{3}\int x^2 \mathrm{d}x = \tfrac{1}{3}x^3 \ln x - \tfrac{1}{9}x^3 = \tfrac{1}{9}x^3\left(\ln x^3 - 1\right)$$

$$I = \int \sin \ln x \,\mathrm{d}x = x \sin \ln x - \int \cos \ln x \,\mathrm{d}x$$

$$\begin{array}{ll} u = \cos \ln x & u' = -\dfrac{1}{x}\sin \ln x \\ v' = 1 & v = x \end{array}$$

Příklady

$$\int x^3 \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\int x^2\mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\left(x^2\mathrm{e}^x - 2\int x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x\right) =$$

$$= x^3\mathrm{e}^x - 3x^2\mathrm{e}^x + 6\int x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3x^2\mathrm{e}^x + 6\left(x\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^x\right) =$$

$$= \left(x^3 - 3x^2 + 6x - 6\right)\mathrm{e}^x$$

$$\int x^2 \ln x \,\mathrm{d}x = \tfrac{1}{3}x^3 \ln x - \tfrac{1}{3}\int x^2 \mathrm{d}x = \tfrac{1}{3}x^3\ln x - \tfrac{1}{9}x^3 = \tfrac{1}{9}x^3\left(\ln x^3 - 1\right)$$

$$I = \int \sin\ln x \,\mathrm{d}x = x\sin\ln x - \int \cos\ln x\,\mathrm{d}x =$$

$$= x\sin\ln x - \left(x\cos\ln x + \int \sin\ln x\,\mathrm{d}x\right) = x\sin\ln x - x\cos\ln x - I$$

$$\begin{array}{ll} u = \cos\ln x & u' = -\dfrac{1}{x}\sin\ln x \\ v' = 1 & v = x \end{array}$$

Příklady

$$\int x^3 \mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\int x^2\mathrm{e}^x \mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3\left(x^2\mathrm{e}^x - 2\int x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x\right) =$$

$$= x^3\mathrm{e}^x - 3x^2\mathrm{e}^x + 6\int x\mathrm{e}^x\mathrm{d}x = x^3\mathrm{e}^x - 3x^2\mathrm{e}^x + 6\left(x\mathrm{e}^x - \mathrm{e}^x\right) =$$

$$= \left(x^3 - 3x^2 + 6x - 6\right)\mathrm{e}^x$$

$$\int x^2 \ln x \,\mathrm{d}x = \tfrac{1}{3}x^3\ln x - \tfrac{1}{3}\int x^2\mathrm{d}x = \tfrac{1}{3}x^3\ln x - \tfrac{1}{9}x^3 = \tfrac{1}{9}x^3\left(\ln x^3 - 1\right)$$

$$I = \int \sin\ln x \,\mathrm{d}x = x\sin\ln x - \int \cos\ln x\,\mathrm{d}x =$$

$$= x\sin\ln x - \left(x\cos\ln x + \int \sin\ln x\,\mathrm{d}x\right) = x\sin\ln x - x\cos\ln x - I$$

Tedy $2I = x\sin\ln x - x\cos\ln x$, odtud $I = \frac{1}{2}x\left(\sin\ln x - \cos\ln x\right)$

Příklady

$$\int \mathrm{e}^{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x$$

Příklady

$$\int \mathrm{e}^{\sqrt{x}} \mathrm{d}x$$

substituce: $x = t^2$, $\mathrm{d}x = 2t\mathrm{d}t$

Příklady

$$\int \mathrm{e}^{\sqrt{x}}\mathrm{d}x = 2\int t\mathrm{e}^{t}\mathrm{d}t$$

substituce: $x = t^2$, $\mathrm{d}x = 2t\mathrm{d}t$

Příklady

$$\int \mathrm{e}^{\sqrt{x}} \mathrm{d}x = 2\int t\mathrm{e}^t \mathrm{d}t$$

$$\begin{array}{ll} u = t & u' = 1 \\ v' = \mathrm{e}^t & v = \mathrm{e}^t \end{array}$$

Příklady

$$\int \mathrm{e}^{\sqrt{x}}\mathrm{d}x = 2\int t\mathrm{e}^t\mathrm{d}t = 2\left(t\mathrm{e}^t - \int \mathrm{e}^t\mathrm{d}t\right) = 2(t-1)\mathrm{e}^t$$

$$\begin{array}{ll} u = t & u' = 1 \\ v' = \mathrm{e}^t & v = \mathrm{e}^t \end{array}$$

Příklady

$$\int \mathrm{e}^{\sqrt{x}}\mathrm{d}x = 2\int t\mathrm{e}^t\mathrm{d}t = 2\left(t\mathrm{e}^t - \int \mathrm{e}^t\mathrm{d}t\right) = 2(t-1)\mathrm{e}^t$$

substituce: $x = t^2$, $\mathrm{d}x = 2t\mathrm{d}t$

Příklady

$$\int \mathrm{e}^{\sqrt{x}}\mathrm{d}x = 2\int t\mathrm{e}^t\mathrm{d}t = 2\left(t\mathrm{e}^t - \int \mathrm{e}^t\mathrm{d}t\right) = 2(t-1)\mathrm{e}^t = 2\left(\sqrt{x}-1\right)\mathrm{e}^{\sqrt{x}}$$

substituce: $x = t^2$, $\mathrm{d}x = 2t\mathrm{d}t$

$$\begin{array}{ll} u = t & u' = 1 \\ v' = \mathrm{e}^t & v = \mathrm{e}^t \end{array}$$