

# 1 Náhodná veličina, distribuční funkce

1. Hodíme jedenkrát kostkou. Množina elementárních jevů  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$ . Mějme definovanou  $\sigma$ -algebru:

$$\mathcal{A} = \{\emptyset, \{\omega_1, \omega_2\}, \{\omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}, \Omega\}$$

Určete, zda jsou následující funkce náhodnou veličinou vzhledem k  $(\Omega, \mathcal{A})$ .

(a)  $X(\omega_i) = i \quad i = 1, \dots, 6$

(b)  $X(\omega_1) = X(\omega_2) = -2$   
 $X(\omega_3) = X(\omega_4) = X(\omega_5) = X(\omega_6) = 3.$

2. Mějme  $(\Omega, \mathcal{A})$ , kde  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}$  a

$$\mathcal{A} = \{\emptyset, \{\omega_1, \omega_2\}, \{\omega_3, \omega_4\}, \{\omega_5, \omega_6\}, \{\omega_3, \omega_4, \omega_5, \omega_6\}, \\ \{\omega_1, \omega_2, \omega_5, \omega_6\}, \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4\}, \Omega\}$$

Najděte zobrazení  $X$ , které bude náhodnou veličinou vzhledem k  $(\Omega, \mathcal{A})$ .

3. Rozhodněte, zda jsou následující funkce distribučními funkcemi nějakých náhodných veličin.

(a)

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1; \\ \frac{|x|}{2}, & 1 \leq x \leq 2; \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

(b)  $F(x) = \frac{3}{4} + \frac{1}{2\pi} \arctan(x).$

4. Určete konstanta  $a, b$  tak, aby funkce  $F(x) = a + b \arctan(x)$  byla distribuční funkcí nějaké náhodné veličiny  $X$ . Vypočítejte pravděpodobnost, že náhodná veličina se bude realizovat v intervalu  $(\frac{-1}{2}, \frac{1}{3})$ .

# 2 Náhodná veličina diskrétního typu

5. Náhodná veličina  $X$  nabývá čtyř hodnot:  $P(X = 0) = 0.1, P(X = 1) = 0.2, P(X = 2) = 0.4$  a  $P(X = 3) = 0.3$ . Načrtněte její pravděpodobnostní a distribuční funkci.

6. Náhodná veličina  $X$  má pravděpodobnostní funkci

$$p(x) = \begin{cases} c(0.7)^x, & x = 1, 2, \dots \\ 0, & \text{jinak.} \end{cases}$$

Určete konstantu  $c$ . Jaká je pst, že tato náhodná veličina nabude hodnoty:

(a) menší než 3

(b) větší než 4

(c) větší než 1 a menší než 4