Sing. rozklad: $A \dots m \times n$, $h(A) = r$

$$\underline{A} = U \Sigma V^* = U \begin{pmatrix} S & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} V^* = \qquad S = \begin{pmatrix} \sigma_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_r \end{pmatrix} \quad \sigma_i > 0$$

$$= (U_1 \vdots U_2) \begin{pmatrix} S & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} (V_1 \vdots V_2)^* = \qquad U_1 \dots m \times r$$

$$V_1 \dots n \times r$$

$$= \underline{U_1 S V_1^*}$$

1) $U_1 U_1^* = I$?

2) $\underline{U_1^* U_1 = I}$ ✓

$$h(A^*A) = h(AA^*) = h(A)$$

$h = r \longleftarrow U_1 U_1^* \dots m \times m$ $\qquad U_1 \dots m \times r$, $r \le m$, $h(U_1) = r$

$h = r \longleftarrow U_1^* U_1 \dots r \times r$

$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r$

pro nějaké $k \leq r$ $\sigma_k \ll \sigma_1$, pak můžeme položit $\sigma_k = \sigma_{k+1} = \dots = \sigma_r = 0$

$\tilde{U}_1$ ... prvních $k-1$ sloupců, $\tilde{V}_1$ - prvních $k-1$ sloupců

$\tilde{S} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_{k-1} \end{pmatrix}$

$A \approx \tilde{U}_1 \tilde{S} \tilde{V}_1^* = \tilde{A}$

Použití sing. rozkladu při analýze hlav. komponent

$\underline{X}$ - náh. vektor s korel. složkami

$V_{\underline{X}}$ - var. matice - pozitivně semidef.

hledáme lin. transformaci $\underline{X}$ na $\underline{Y}$ aby $\underline{Y}$ měl nekorel. složky $V_{\underline{Y}}$ - diagonální, $V_{\underline{Y}} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sigma_m^2 \end{pmatrix}$

$\sigma_1^2 \geq \sigma_2^2 \geq \dots$

singul. rozklad $\quad V_{\underline{X}} = U \cdot V_{\underline{Y}} \cdot U^{*}$ $\quad$ U - hledaná transforma

$X \longrightarrow Y$

QR-rozklad

A - regulární

$A = Q \cdot R$ Q - unitární

R - horní △

H_1: „nuluje" 1. sloupec A

H_2 —〃— 2. —〃—

⋮

$H_2 H_1 A = R$

$A = \underbrace{H_1 H_2}_{Q} R$

$A = Q_1 R_1$

$A = Q_2 R_2 \Rightarrow Q_2 = A R_2^{-1}$

$A = Q$