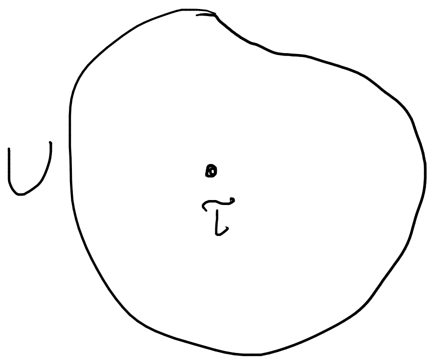
$\tau \in \mathcal{H}$ $\qquad j'(\tau) = 0$

$f(z) = j(z) - j(\tau) \Rightarrow f(\tau) = f'(\tau) = 0$



na $\overline{U}$ fce f nemá nuly jinde než v τ, póly nemá, f' nemá nuly mimo τ

$\frac{1}{2\pi i} \int \frac{f'(z)}{f(z)} dz = t \geq 2$, $t \in \mathbb{Z}$

$r \in \mathbb{C}$, $|r|$ je malá

$g_r = f(z) - r$, $|g_r(\tau)|$ malá, $r \neq 0$

$\frac{1}{2\pi i} \int \frac{g_r'(z)}{g_r(z)}$ je blízko t, ale je ze $\mathbb{Z}$, je roven t

$g_r'(z) = f'(z)$ v U má nulu jen v τ.

$g_r(\tau) \neq 0$,

g_r má v U jen jednoduché nuly, je jich zde přesně $t \geq 2$, dvě různé označme τ', τ''

$$g_r(\tau') = g_r(\tau'') = 0$$

$$g_r(z) = f(z) - r = j(z) - (\underbrace{j(\tau) + r}_{w})$$

$$j(\tau') = j(\tau'') = w \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ ex. $\gamma \in SL(2, \mathbb{Z})$

tak, že $\tau'' = \gamma\tau'$

$\tau' \neq \tau'' \Rightarrow \gamma \neq \pm I$

Hilbertovo těleso tříd $K = \mathbb{Q}(\sqrt{-14})$

$D = 4 \cdot (-14) = -56$ max pořádek $[1, \sqrt{-14}]$

red. formy disk. D $\xrightarrow{\text{Theorem 7.7}}$ ideály:

$x^2 + 14y^2$	$[1, \sqrt{-14}]$
$2x^2 + 7y^2$	$[2, \sqrt{-14}]$
$3x^2 \pm 2xy + 5y^2$	$[3, \pm 1 + \sqrt{-14}]$

$\tau_1 = i\sqrt{14}$, $\tau_2 = i \cdot \frac{\sqrt{14}}{2}$, $\tau_{3,4} = \frac{1}{3}\left(\pm 1 + i\sqrt{14}\right)$

$$\prod_{n=1}^{4} \left(x - j(\tau_n)\right)$$

jediným z kořenů polynomu

$$x^4 - 2x^3 + x^2 - 2x + 1$$

je $\sqrt{2\sqrt{2} - 1}$, proto Hilbertovo těleso tříd tělesa $K = \mathbb{Q}(\sqrt{-14})$ je $K\left(\sqrt{2\sqrt{2} - 1}\right)$.