

Průběžný test M8230 ze dne 26. 11. 2020

Milí studenti,

toto je zadání první průběžné písemky z Diskrétních deterministických modelů. Při jejím vypracovávání můžete používat libovolné zdroje a software, písemku však musíte vypracovat samostatně. Pokud budete mít jakékoliv dotazy, obraťte se na mě na MS Teams.

Vaše výsledky ve formě scanů nebo kvalitních fotografií vložte do odevzdávacího boxu. Hodnotit budu zejména postup, uvést pouze řešení nestačí. Velmi mi ulehčí práci, pokud odevzdáte jeden soubor ve formátu pdf. Odevzdávací box se zavře ve 20:00.

Ať se vám daří!

Příklad 1 (30%). Řešte rovnici

$$x(t+3) + 4x(t+2) + 4x(t+1) + 16x(t) = 160(-4)^t \quad (\clubsuit)$$

- Určete řešení $x_H(t)$ homogenizované rovnice. [10 %]
- Odhadněte tvar řešení rovnice (). [5 %]
- Určete obecné řešení $x(t)$ rovnice (). [10 %]
- Charakterizujte strukturu řešení homogenizované rovnice a rovnice (). [5 %]

Příklad 2 (40%). V místnosti, kde je díky termostatu konstantní teplota $T_0 = 20^\circ\text{C}$ bylo nalezeno v čase τ [hodin] mrtvé tělo agenta \clubsuit o teplotě $T(\tau) = 25^\circ\text{C}$. O hodinu později v čase $\tau + 1$ v téže místnosti mělo teplotu $T(\tau + 1) = 24^\circ\text{C}$.

Předpokládejte, že rozdíl teploty těla v časech $t + 1$ a t je přímo úměrný rozdílu teploty těla a okolní místnosti.

- Sestavte diferenční rovnici, která popisuje teplotu těla v čase $T(t)$. [15 %]
- Určete všechny konstanty v této rovnici. [5 %]
- Určete obecné řešení této rovnice. [10 %]
- O agentovi \clubsuit je známo, že trpěl koronavirem a lze očekávat, že v době úmrtí byla teplota jeho těla $T(0) = 38^\circ\text{C}$. Stanovte, kdy agent oproti času nalezení těla τ zemřel. [10 %]

Pokud byste nedokázali rovnici sestavit, kontaktujte mě na MS-Teams a já vám ji poradím. Přijdete sice o možných 15 %, ale stále tak můžete vyřešit zbylé podúlohy.

Příklad 3 (30%). Řešte problém

$$x(t+1) = \frac{x(t) + 24}{x(t) - 1}, \quad x(0) = \xi, \quad (\clubsuit)$$

kde $\xi \in \mathbb{R}$.

- Vhodnou substitucí převed'te rovnici () na rovnici druhého řádu. [5 %]
- Určete obecné řešení rovnice (). [10 %]
- Stanovte $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t)$. [5 %]
- Určete partikulární řešení pro $\xi = 1$. [5 %]
- Pro jakou hodnotu počáteční podmínky je konstantní posloupnost $x(t) = \xi$ řešením tohoto problému? [5 %]