

# BANACHOVA VĚTA O PEVNÉM BODĚ

$V$  - Banachův prostor

Operátor  $T: K \subseteq V \rightarrow V$  je nazývá kontrakce,  
jestliže  $\alpha$  konstanta  $\alpha \in [0, 1)$  taková, že platí

$$\|Tu - Tv\|_V \leq \alpha \|u - v\|_V, \quad \forall u, v \in K$$

Věta Necht'  $K$  je neprázdná uzavřená podmnožina  
Banachova prostoru  $V$  a necht'  $T: K \rightarrow K$   
je kontrakce. Pak

a) existuje právě jeden pevný bod  $u^* \in K$ , pro  
který platí

$$u^* = Tu^*$$

b) pro lib.  $u_0 \in K$  je posloupnost

$$u_{n+1} = Tu_n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

konvergentní a platí

$$\|u_n - u^*\| \rightarrow 0 \quad \text{pro } n \rightarrow \infty.$$