ČEBYŠEVOVY POLYNOMY

Sm =

Π_n – třída polynomů stupně n s koeficientem 1 u x^n.

Čebyševovy polynomy

$$T_n(x) = \cos(n \arccos x), \quad x \in [-1,1]$$

$T_0(x) = 1$, $T_1(x) = x$, $T_2(x) = 2x^2 - 1$, . .
$T_{n+1}(x) = 2x T_n(x) - T_{n-1}(x)$

kořeny $x_k = \cos \dfrac{2k+1}{2n}$, $k = 0, 1, \ldots, n-1$

$\max |T_n(x)| = 1$

Tyto maximální hodnoty nabývá $T_n(x)$ se střídavými znaménky v $(n+1)$ různých bodech intervalu $[-1,1]$

$$x_k = \cos \frac{k\pi}{n}, \quad k = 0, 1, \ldots, n$$

① Dá se ukázat, že $\tilde{T}_n = 2^{1-n} T_n(x)$ má nejmenší odchylku od nuly na $[-1,1]$ (ze všech polynomů třídy Π_n)

② $T_n(x) = x^n + a_1 x^{n-1} \ldots + a_n$ –
→ aproximace funkce x^n polynomem st. $\leq n-1$
$T_n(x) = x^n - Q_{n-1}(x)$
⇒ body $x_k = \cos \frac{k\pi}{n}$, $k = 0, 1, \ldots, n$ tvoří <u>alternantu</u>
(aproximace polynomem st. $\leq n-1$)