

Definice 13 (M. 15) Necht $\{u_k\}$ je konvergentní posloupnost s limitou u^* , $p \in \mathbb{I}$, $\mathbb{I} = [1, \infty)$, $\|\cdot\|$ norma v \mathbb{R}^n
Číslo

$$Q_p \{u_k\} = \begin{cases} 0, & \text{jestliže } u_k = u^* \text{ pro } \forall k \geq k_0 \\ \limsup_{k \rightarrow \infty} \frac{\|x_{k+1} - u^*\|}{\|u_k - u^*\|^p}, & \text{je-li } u_k \neq u^* \\ & (\forall k, \text{ limita je omezená}) \\ \infty & \text{ve všech ostatních případech} \end{cases}$$

nazýváme Q -faktor posloupnosti $\{u_k\}$

Příklad v prostoru \mathbb{R}^2 definujeme posloupnost $\{x^k\}$
takto

$$x^k = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^k e^1 & \text{pro } k \text{ liché} \\ \sqrt{2} \left(\frac{1}{2}\right)^k e & \text{pro } k \text{ sudé,} \end{cases}$$

$e^1 = (1, 0)^T$, $e = (1, 1)$. Vypočítejte $Q_1 \{x^k\}$ pro normu a) $\|\cdot\|_\infty$, b) $\|\cdot\|_2$

Řešení:

Ježimě $x^* = 0$

$$\frac{\|x^{k+1} - x^*\|_2}{\|x^k - x^*\|_2} = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}}{\sqrt{2} \left[2 \left(\frac{1}{2}\right)^{2k}\right]^{1/2}} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{1}{4} \quad \boxed{k - \text{ sudé}}$$

$$= \frac{\sqrt{2} \sqrt{2} \left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}}{\left(\frac{1}{2}\right)^k} = 1 \quad \boxed{k - \text{ liché}}$$

$\Rightarrow Q_1 \{x^k\} = 1$ pro $\|\cdot\|_2$