MODIFIKOVANÝ OPERÁTOR

Nechť jsou splněny předpoklady 1., 2. obecné věty o pevném bodě:

(A) $\rho(Tw, Tv) \leq P\rho(v, w)$, $\forall v, w \in D$, P skalár, $0 \leq P < 1$

(B) Koule

$$K = \{ v \mid \rho(v, u_1) \leq \frac{P}{1-P}\rho(u_0, u_1)\}, \quad K \subseteq D, \quad u_0 \in D$$

Nechť $\hat{T}$ je operátor, který je modifikací operátoru T (např. T – diferenciální operátor, $\hat{T}$ – diferenční operátor)

$T, \hat{T}$ – stejný definiční obor D

Předpoklad

(1.) $\rho(Tf, \hat{T}f) \leq \varepsilon \quad \forall f \in D$

(2.) $\hat{u}_{n+1} = \hat{T}\hat{u}_n \quad \hat{u}_0 = u_0,$

$u_{n+1} = Tu_n$

Věta: Nechť jsou splněny předpoklady (A), (B), (1), (2). Nechť dále $\hat{K}$ je koule, $\hat{K} \subseteq D$

$$\hat{K} = \{ h \mid \rho(h, \hat{u}_1) \leq \frac{P}{1-P}\hat{d}_0 + 2\sigma\},$$

$$\hat{d}_0 = \rho(u_0, \hat{u}_1), \quad \sigma = \frac{\varepsilon}{1-P}.$$

Pak iterační proces $\hat{u}_{n+1} = \hat{T}\hat{u}_n$ může probíhat neomezeně a

$$\rho(u_n, \hat{u}_n) \leq \sigma \quad \forall \hat{u}_n \in \hat{K}.$$

a platí

$$\rho(u^*, \hat{u}^*) \leq \sigma = \frac{\varepsilon}{1-P}$$