

8 Jednovýběrové parametrické testy

Dataset: 11-two-samples-means-skull.txt

Datový soubor 11-two-samples-means-skull.txt obsahuje původní kranio-metrické údaje o basion-bregmatické výšce lebky u 215 dospělých mužů a 107 dospělých žen ze starověké egyptské populace. Data pochází z archivních materiálů (Schmitd, 1888).

Popis proměnných v datasetu:

- id ... pořadové číslo;
- pop ... populace (egant - egyptská starověká);
- sex ... pohlaví jedince (m - muž, f - žena);
- upface.H ... basion-bregmatická výška lebky (v mm).

Příklad 8.1. Test o rozptylu

Mějme datový soubor 11-two-samples-means-skull.txt a proměnnou skull.H popisující *basion-bregmatickou* výšku lebky. Na hladině významnosti $\alpha = 0.10$ testujte hypotézu o vyšším rozptylu *basion-bregmatické* výšky lebky starověké egyptské mužské populace vzhledem k rozptylu *basion-bregmatické* výšky lebky novověké egyptské mužské populace ($s_m = 5.171$ mm).

Řešení příkladu 8.1

```
n min max
1 215 119 146
```

1
2

Náhodný výběr obsahuje údaje o *basion-bregmatické* výšce lebky mužů starověké egyptské populace. Naměřené hodnoty se pohybují v rozmezí mm.

Ze zadání máme za úkol porovnat rozptyl náhodného výběru s konstantou, použijeme tedy test o střední hodnotě / test o rozptylu / párový test / test o pravděpodobnosti. Primárně bychom chtěli použít **parametrický** test. Nutným předpokladem k použití parametrického testu je **normalita naměřených hodnot**. Tu jsme ověřili na minulém cvičení v rámci příkladu 7.1, kde jsme došli k závěru, že náhodný výběr *basion-bregmatických* výšek lebky mužů starověké egyptské populace pochází z normálního rozdělení (Lillieforsův test: hladina významnosti $\alpha = 0.05$).

Test o rozptylu

- H_0 :
- H_1 : (..... alternativa).
- Hladina významnosti $\alpha =$
- Test o

a) Test kritickým oborem

```
fw q
1 187.1313 187.9521
```

3
4

Hodnota testovací statistiky $f_w =$, kritický obor W má tvar Protože, H_0 na hladině významnosti $\alpha =$

b) Test intervalem spolehlivosti

```
hh
1 26.62247
```

5
6

Interval spolehlivosti má tvar Protože, H_0 na hladině významnosti $\alpha =$

c) Test p -hodnotou

```
1 0.09260461
```

7
8

Výsledná p -hodnota $p = \dots\dots\dots$. Protože $\dots\dots\dots$, $H_0 \dots\dots\dots$ na hladině významnosti $\alpha = \dots\dots\dots$.

Interpretace výsledků: Rozptyl *basion-bregmatické* výšky lebky starověké egyptské mužské populace je / není statisticky významně menší než rozptyl *basion-bregmatické* výšky lebky novověké egyptské mužské populace. ★

Dataset: 01-one-sample-mean-skull-mf.txt

Z archivních materiálů (Schmidt, 1888; soubor 01-one-sample-mean-skull-mf.txt) máme k dispozici původní kranio-metrické údaje o délce a šířce mozkovny a ze starověké egyptské populace.

Popis proměnných v datasetu:

- pop – populace (egant – egyptská starověká);
- sex – pohlaví (m – muž, f – žena);
- skull.L – největší délka mozkovny (mm), t.j. přímá vzdálenost kranio-metrických bodů *glabella* a *opisthocranium*;
- skull.B – největší šířka mozkovny (mm), t.j. vzdálenost obou kranio-metrických bodů *euryon*.

Příklad 8.2. Test o střední hodnotě μ při neznámém rozptylu σ^2

Mějte datový soubor 01-one-sample-mean-skull-mf.txt a proměnnou skull.L popisující největší délku mozkovny. Na hladině významnosti $\alpha = 0.10$ zjistěte, zda je rozdíl mezi největší délkou mozkovny u starověké egyptské ženské populace a u novověké egyptské ženské populace ($n_f = 52$, $m_f = 171.962$ mm, $s_f = 7.052$ mm).

Řešení příkladu 8.2

```
1 n min max
1 109 157 188
```

9
10

Náhodný výběr obsahuje údaje o největší délce mozkovny $\dots\dots\dots$ žen starověké egyptské populace. Naměřené hodnoty se pohybují v rozmezí $\dots\dots\dots$ mm.

Ze zadání máme za úkol porovnat střední hodnotu náhodného výběru s konstantou, použijeme tedy test o střední hodnotě / test o rozptylu / párový test / test o korelačním koeficientu. Primárně bychom chtěli použít **parametrický** test. Nutným předpokladem k použití parametrického testu je **normalita naměřených hodnot**.

Test normality

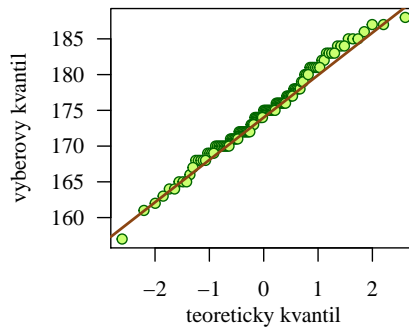
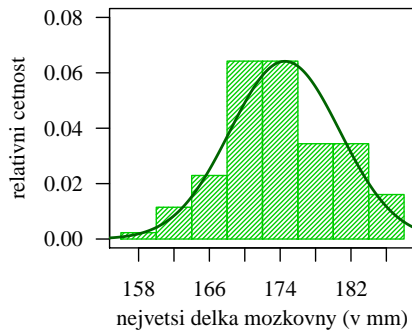
- H_0 : Data $\dots\dots\dots$ z normálního rozdělení.
- H_1 : Data $\dots\dots\dots$ z normálního rozdělení.

Hladina významnosti $\alpha = \dots\dots\dots$. $n = \dots\dots\dots$ je menší / větší než 100 \rightarrow Shapirův-Wilkův / Andersonův-Darlingův / Lillieforsův test.

```
[1] 0.2624837
```

11

Náhodný výběr největších délek mozkovny žen starověké egyptské populace $\dots\dots\dots$ z normálního rozdělení (p -hodnota = $\dots\dots\dots$ je menší / větší než $\alpha = 0.05$).



Protože data pochází z normálního rozdělení, použijeme na ověření otázky ze zadání **parametrický test**, a to jednovýběrový test o střední hodnotě při neznámém rozptylu, neboť hodnota rozptylu není explicitně uvedena v zadání příkladu.

Test o střední hodnotě při neznámém rozptylu

- H_0 :
- H_1 : (..... alternativa).
- Hladina významnosti $\alpha =$

a) Test kritickým oborem

	t_w	q_1	q_2
1	4.314569	-1.659085	1.659085

12
13

Hodnota testovací statistiky $t_w =$, kritický obor W má tvar Protože, H_0 na hladině významnosti $\alpha =$

b) Test intervalem spolehlivosti

	dh	hh
1	173.5438	175.5204

14
15

Interval spolehlivosti má tvar Protože, H_0 na hladině významnosti $\alpha =$

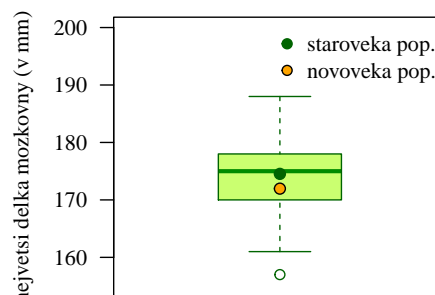
c) Test p -hodnotou

	P
1	3.553156e-05

16
17

Výsledná p -hodnota $p =$ Protože, H_0 na hladině významnosti $\alpha =$

Interpretace výsledků: Mezi největší délkou mozkovny starověké a novověké egyptské ženské populace existuje / neexistuje statisticky významný rozdíl.



Dataset: 03-paired-means-clavicle2.txt

Datový soubor 03-paired-means-clavicle2.txt obsahuje osteometrické údaje o délkách klíčních kostí na pravé a levé straně těla v párovém uspořádání. Data pochází z anglického souboru dokumentovaných skeletů (Parsons, 1916).

Popis proměnných v datasetu:

- id ... ID jedince;
- sex ... pohlaví jedince (m - muž, f - žena);
- length.L ... délka levé klíční kosti (v mm);
- length.R ... délka pravé klíční kosti (v mm).

Příklad 8.3. Jednovýběrový párový test

Mějme datový soubor 03-paired-means-clavicle.txt a proměnnou length.R (resp. length.L) popisující délku klíční kosti z pravé (resp. z levé) strany. Na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ zjistěte, zda je délka klíční kosti u mužů větší na levé straně než na pravé straně.

Řešení příkladu 8.3

n	min.L	max.L	min.R	max.R	
1	50	130	176	126	175

18
19

Náhodný výběr obsahuje údaje o délkách klíčních kostí mužů. Naměřené hodnoty z levé strany se pohybují v rozmezí mm, naměřené hodnoty z pravé strany se pohybují v rozmezí mm.

Ze zadání máme za úkol porovnat hodnoty na pravé a levé straně, použijeme tedy test o střední hodnotě / test o rozptylu / párový test / test o korelačním koeficientu. Primárně bychom chtěli použít **parametrický** test. Nejprve však musíme ověřit splnění předpokladu **normality rozdílů** mezi naměřenými hodnotami na levé a pravé straně.

Test normality rozdílů na levé a pravé straně

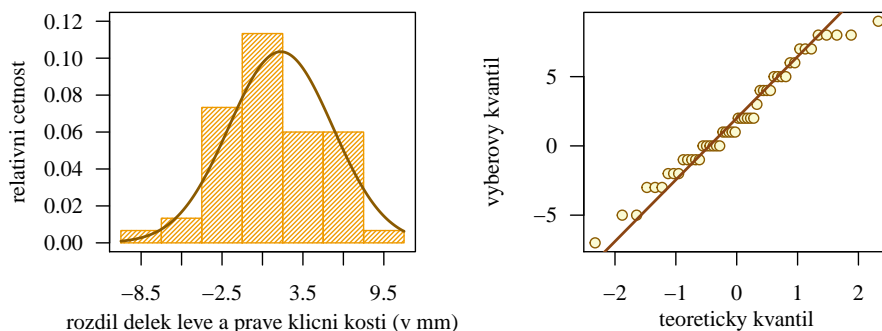
- H_0 : Rozdíly mezi levou a pravou stranou z normálního rozdělení.
- H_1 : Rozdíly mezi levou a pravou stranou z normálního rozdělení.

Hladina významnosti $\alpha = \dots$. $n = \dots$ je větší než 30 a menší než 100 \rightarrow Shapiro-Wilkův / Anderson-Darlingův / Lillieforsův test.

[1] 0.266123

20

Náhodný výběr **rozdílů** délek klíčních kostí z levé a pravé strany u mužů z normálního rozdělení (p -hodnota = je menší / větší než $\alpha = 0.05$).



Protože rozdíly pochází z normálního rozdělení, použijeme na ověření otázky ze zadání **parametrický párový test**, který si záhy převedeme na test o střední hodnotě při neznámém rozptylu.

Párový test → Test o střední hodnotě při neznámém rozptylu

- H_0 : →
- H_1 : → (..... alternativa).
- Hladina významnosti $\alpha =$

a) Test kritickým oborem

	tw	q	
1	3.41212	1.676551	21 22

Hodnota testovací statistiky $t_w =$, kritický obor W má tvar Protože, H_0 na hladině významnosti $\alpha =$

b) Test intervalem spolehlivosti

	dh	
1	0.9460859	23 24

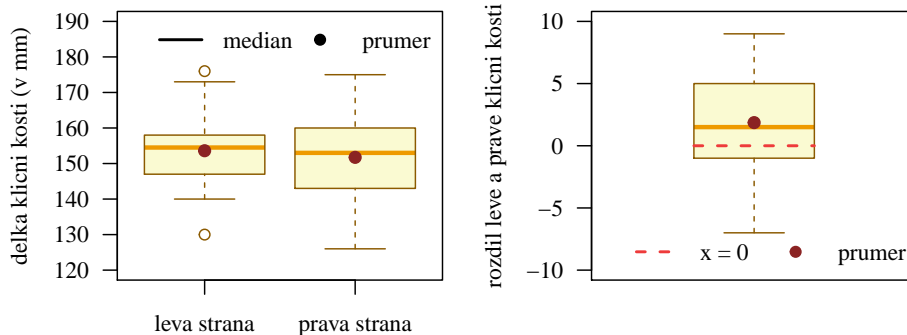
Interval spolehlivosti má tvar Protože, H_0 na hladině významnosti $\alpha =$

c) Test p -hodnotou

	P	
1	0.0006503568	25 26

Výsledná p -hodnota $p =$ Protože, H_0 na hladině významnosti $\alpha =$

Interpretace výsledků: Délka klíční kosti u mužů na levé straně je / není statisticky významně větší než na pravé straně.



Dataset: 05-one-sample-correlation-skull-mf.txt

Datový soubor 05-one-sample-correlation-skull-mf.txt obsahuje údaje o největší výšce mozkovny a morfologické výšce tváře u jedinců (mužského a ženského pohlaví) starověké egyptské populace.

Popis proměnných v datasetu:

- pop - populace (egant - egyptská starověká)
- sex - pohlaví (m - muž, f - žena);
- skull.pH - největší výška mozkovny (v mm);
- face.H - morfologická výška tváře (v mm).

Dataset: 06-lin-uhl-fm.txt

Datový soubor 06-lin-uhl-fm.txt obsahuje údaje o třech lineárních rozměrech popisujících výšku a šířku lebky a lebeční báze vypočítaných z původních x , y a z souřadnic čtyř význačných bodů (*bregma*, *basion*, *porion dx* a *porion sin*) digitalizovaných na 60 vybraných lebkách dospělých jedinců (40 mužů a 20 žen) z kosterní sbírky z archeologické lokality Pohansko - Pohřebiště okolo kostela (Jurda, 2008).

Popis proměnných v datasetu:

- sex - pohlaví (m - muž, f - žena);
- skull.H - výška lebky (v mm);
- base.H - výška lebeční báze (v mm);
- base.B - šířka lebeční báze (v mm);

Příklad 8.4. Test o korelačním koeficientu ρ

Mějme datový soubor 06-lin-uhl-fm.txt, proměnnou skull.H popisující výšku lebky a proměnnou base.B popisující šířku lebeční báze. Na hladině významnosti $\alpha = 0.01$ zjistěte, zda mezi výškou lebky a šířkou lebeční báze žen z archeologické lokality Pohansko existuje nepřímá závislost.

Řešení příkladu 8.4

	n	rho
1	20	-0.1712964

27
28

Datový soubor obsahuje údaje o výšce lebky a šířce lebeční báze žen z archeologické lokality Pohansko.

Ze zadání máme za úkol vyhodnotit závislost mezi dvěma znaky, použijeme tedy test o střední hodnotě / test o rozptylu / párový test / test o korelačním koeficientu. Primárně bychom chtěli použít **parametrický** test. Nutným předpokladem k použití parametrického testu je **dvourozměrná normalita naměřených hodnot**.

Test dvourozměrné normality naměřených hodnot

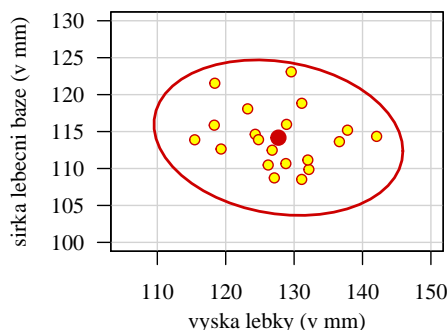
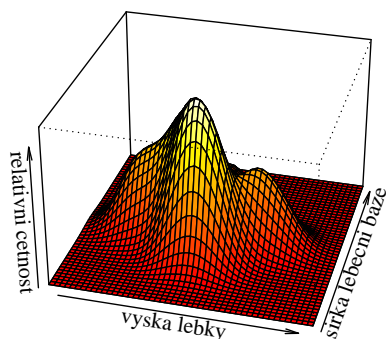
- H_0 : Data z dvourozměrného normálního rozdělení.
- H_1 : Data z dvourozměrného normálního rozdělení.

Hladina významnosti $\alpha = \dots$. Mardiov test.

	Test	Statistic	p value	Result
1	Mardia Skewness	1.8644228962696	0.760677136630339	YES
2	Mardia Kurtosis	-0.860220423559418	0.389667548510268	YES
3	MVN	<NA>	<NA>	YES

29
30
31
32

Náhodný výběr výšek lebky a šířek lebeční báze žen z archeologické lokality Pohansko z dvourozměrného normálního rozdělení. (Data vykazují / nevykazují výrazné zešikmení (p -hodnota = je menší / větší než $\alpha = 0.05$). Data vykazují / nevykazují výrazné zešpičatění či zploštění (p -hodnota = je menší / větší než $\alpha = 0.05$).



Protože data pochází z dvourozměrného normálního rozdělení, použijeme na ověření otázky ze zadání **parametrický test**.

Test o korelačním koeficientu ρ

- H_0 :
- H_1 : (..... alternativa).
- Hladina významnosti $\alpha =$

a) **Test kritickým oborem**

	zR	ksi0	zw	q
1	-0.173002	0	-0.7133054	-2.326348

33
34

Hodnota testovací statistiky $z_w =$, kritický obor W má tvar Protože, H_0 na hladině významnosti $\alpha =$

b) **Test intervalem spolehlivosti**

	hh
1	0.3724117

35
36

Interval spolehlivosti má tvar Protože, H_0 na hladině významnosti $\alpha =$

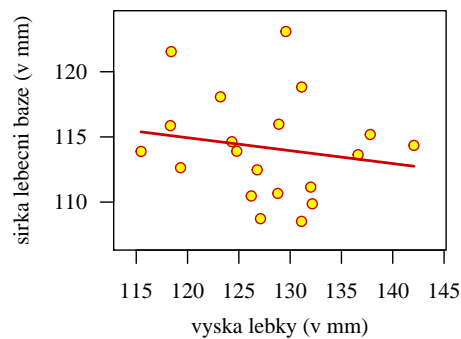
c) **Test p -hodnotou**

	p . hodnota
1	0.2378284

37
38

Výsledná p -hodnota $p =$ Protože, H_0 na hladině významnosti $\alpha =$

Interpretace výsledků: Mezi výškou lebky a šířkou lebeční báze žen z archeologické lokality Pohansko existuje / neexistuje statisticky významná nepřímá stochastická závislost. Mezi výškou lebky a šířkou lebeční báze žen existuje stupeň závislosti ($\hat{\rho} = -0.1713$).



Příklad 8.5. Test o nezávislosti

Mějme datový soubor 06-lin-uhl-fm.txt, proměnnou skull.H popisující výšku lebky a proměnnou base.B popisující šířku lebeční báze. Na hladině významnosti $\alpha = 0.01$ zjistěte, zda mezi výškou lebky a šířkou lebeční báze žen z archeologické lokality Pohansko existuje nepřímá závislost.

Řešení příkladu 8.5

Zadání příkladu a tedy i rozbor příkladu je totožný s příkladem 8.4. Nulovou hypotézu H_0 nyní ale otestujeme pomocí parametrického testu o nezávislosti.

Test o nezávislosti

a) Test kritickým oborem

	tw	q
1	-0.737652	-2.55238

39
40

Hodnota testovací statistiky $t_w = \dots\dots\dots$, kritický obor W má tvar $\dots\dots\dots$. Protože $\dots\dots\dots$, H_0 $\dots\dots\dots$ na hladině významnosti $\alpha = \dots\dots\dots$.

b) Test intervalem spolehlivosti

	dh	r
1	-0.5155045	-0.1712964

41
42

Interval spolehlivosti má tvar $\dots\dots\dots$. Protože $\dots\dots\dots$, H_0 $\dots\dots\dots$ na hladině významnosti $\alpha = \dots\dots\dots$.

c) Test p -hodnotou

	p.hodnota
1	0.230363

43
44

Výsledná p -hodnota $p = \dots\dots\dots$. Protože $\dots\dots\dots$, H_0 $\dots\dots\dots$ na hladině významnosti $\alpha = \dots\dots\dots$.

Interpretace výsledků: Mezi výškou lebky a šířkou lebeční báze žen existuje / neexistuje statisticky významná nepřímá stochastická závislost. Ke stejnému závěru jsme došli také v rámci příkladu 8.4. ★

Dataset: 25-one-sample-probability-dermatoglyphs.txt

Datový soubor 25-one-sample-probability-dermatoglyphs.txt obsahuje údaje o výskytu jednoho ze tří dermatoglyfických vzorů (*vír*, *smyčka* a *oblouček*) na deseti prstech 235 mužů a 235 žen bagathské populace z Araku Valley. Celkem tedy máme k dispozici údaje o frekvencích výskytu dermatoglyfických vzorů na 4700 prstech. Údaje o frekvencích výskytu jednotlivých vzorů jsou k dispozici v následující tabulce.

vzor	pohlaví	
	muži	ženy
vír (whorl)	1053	880
smyčka (loop)	1246	1349
oblouček (arc)	51	121

Příklad 8.6. Jednovýběrový test o pravděpodobnosti

Načtete datový soubor 25-one-sample-probability-dermatoglyphs.txt. Na hladině významnosti $\alpha = 0.05$ zjistěte, zda existuje rozdíl mezi pravděpodobností výskytu dermatoglyfického vzoru *smýčka* u mužů bagathské populace z Araku Valley a u mužů z populace Lambadis ($p_m = 0.5618$, $p_f = 0.6233$).

Řešení příkladu 8.6

	x	N	p
1	1246	2350	0.5302128

45
46

Výskyt vzoru smýčka byl zaznamenán na prstech z celkového počtu prstů (..... %).

Ze zadání máme za úkol porovnat pravděpodobnost výskytu s konstantou, použijeme tedy test o střední hodnotě / test o rozptylu / test o korelačním koeficientu / test o pravděpodobnosti. Protože tento test je exaktním / asymptotickým testem, je před testováním H_0 nutné ověřit podmínku dobré aproximace $Np_0(1 - p_0) > 9$.

	p0	hp
1	0.5618	578.5248

47
48

$Np_0(1 - p_0) = \dots\dots\dots$ což je menší / větší než 9. Podmínka dobré aproximace je / není splněna.

Test o pravděpodobnosti

- H_0 :
- H_1 : (..... alternativa).
- Hladina významnosti $\alpha = \dots\dots\dots$

a) Test kritickým oborem

	zw	q1	q2
1	-3.08616	-1.959964	1.959964

49
50

Hodnota testovací statistiky $z_w = \dots\dots\dots$, kritický obor W má tvar Protože, H_0 na hladině významnosti $\alpha = \dots\dots\dots$

b) Test intervalem spolehlivosti

	dh	hh
1	0.5100342	0.5503913

51
52

Interval spolehlivosti má tvar Protože, H_0 na hladině významnosti $\alpha = \dots\dots\dots$

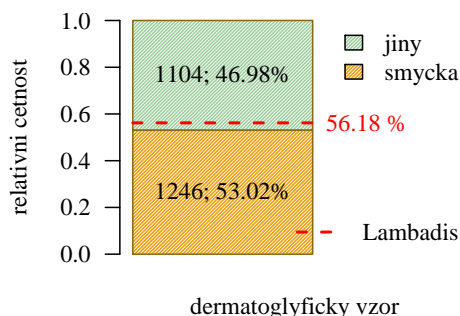
c) Test p-hodnotou

	P
1	0.002027595

53
54

Výsledná p -hodnota $p = \dots\dots\dots$. Protože, H_0 na hladině významnosti $\alpha = \dots\dots\dots$

Interpretace výsledků: Mezi pravděpodobností výskytu dermatoglyfického vzoru *smýčka* u mužů populace z Araku Valley a u mužů populace Lambadis existuje / neexistuje statisticky významný rozdíl.



★