5. domácí úkol – MIN101 – podzim 2019 – odevzdat do **20.12.2019**

Uvažme přímky p_1, p_2, p_3 v $\mathbb{R}^4$:

$$\begin{aligned} p_1 &: A_1 + t_1 v_1, \quad A_1 = [3,0,5,0],\ v_1 = (-1,1,-1,2),\\ p_2 &: A_2 + t_2 v_2, \quad A_2 = [1,3,-4,1],\ v_2 = (1,0,2,0),\\ p_3 &: A_3 + t_3 v_3, \quad A_3 = [1,\tfrac{5}{2},\tfrac{7}{2},2],\ v_3 = (3,0,-2,1). \end{aligned}$$

Nechť přímka q protíná všechny tři tyto přímky. Určete průsečíky $P_i := q \cap p_i$, $i \in \{1,2,3\}$.

Řešení: Uvažme afinní podprostor $\alpha := p_1 + p_2 \subseteq \mathbb{R}^4$,

$$\alpha : A_1 + t_1 v_1 + t_2 v_2 + su, \quad u = \overrightarrow{A_1 A_2} = (-2,3,-9,1).$$

Pak $P_3 = \alpha \cap p_3$,

$$P_3 = A_1 + t_1 v_1 + t_2 v_2 + su = A_3 + t_3 v_3, \quad \text{tj.} \quad t_1 v_1 + t_2 v_2 + su - t_3 v_3 = A_3 - A_1.$$

Poslední rovnice je soustava s maticí

$$\left(\begin{array}{rrrr|r} -1 & 1 & -2 & -3 & -2 \\ 1 & 0 & 3 & 0 & \frac{5}{2} \\ -1 & 2 & -9 & 2 & -\frac{3}{2} \\ 2 & 0 & 1 & -1 & 2 \end{array}\right),$$

odkud dopočítáme $t_1 = 1$, $t_2 = \frac{3}{2}$, $s = \frac{1}{2}$ a $t_3 = \frac{1}{2}$. Odtud

$$P_3 = A_3 + t_3 v_3 = [1,\tfrac{5}{2},\tfrac{7}{2},2] + \tfrac{1}{2}(3,0,-2,1) = [\tfrac{5}{2},\tfrac{5}{2},\tfrac{5}{2},\tfrac{5}{2}].$$

Dále uvažme rovinu $\beta := p_2 + P_3$,

$$\beta : A_2 + t_2 v_2 + rw, \quad w = \overrightarrow{A_2 P_3} = (\tfrac{3}{2}, -\tfrac{1}{2}, \tfrac{13}{2}, \tfrac{3}{2}).$$

Dále se spočítá (výpočet si udělejte sami) $P_1 = \beta \cap p_1 = [1,2,3,4]$ a přímka q procházející body P_1 a P_2 dává $P_2 = q \cap p_2 = [4,3,2,1]$.