

$$X_{n+1} = a X_n + b, \quad n = 0, 1, \dots$$

$$X_n = a^n X_0 + \frac{1-a^n}{1-a} b$$

2.1 Cena auta $C = 300000$

• měsíční úvociem
roční úrok 6%

(i) Doba splácení zvokey.

Jaká bude měsíční splátka.

X_n - dluh po n měsících

$$X_0 = C$$

měsíční úvok $u = \frac{0,06}{12} =$

$S :=$ měsíční splátka $= \frac{0,01}{2} = 0,005$

$$X_{n+1} = X_n - S + u \cdot X_n$$

$$= \underbrace{(1+u)}_{q} X_n - S$$

$$q = 1,005$$

$$b = -S$$

$$X_n = q^n \cdot C - \frac{q^n - 1}{q - 1} \cdot S$$

$$X_{36} = q^{36} \cdot C - \frac{q^{36} - 1}{q - 1} \cdot S = 0$$



jediná neznámá

Numericky: $S = 8857$

(ii) Měsíční splátka je $S = 500$. Jchátrule obota
 Splácejí?

$$X_n = q^n \cdot C - \frac{q^n - 1}{q - 1} \cdot S$$

S zadané, chceme $X_n = 0$



$$X_n = q^n \left(C - \frac{S}{q - 1} \right) + \frac{S}{q - 1} \text{ měřit } n, \quad n = q^{-1} = 0,005$$

$$X_n = q^n \left(C - \frac{S}{n} \right) + \frac{S}{n} = 0$$

$$q^n \left(c - \frac{S}{n} \right) = -\frac{S}{n} \quad | \cdot n$$

$$q^n \underbrace{(c_n - S)}_{< 0} = -S \quad \leftarrow$$

$$q^n \underbrace{(S - c_n)}_{> 0} = S \quad \ln(a^b) = b \ln a$$

$$q^n = \frac{S}{S - c_n} \quad | \ln \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{přivoczení} \\ \text{logaritmu} \\ \text{o základe} \end{array}$$

$$n \ln q = \ln \left(\frac{S}{S - c_n} \right) = \ln S - \ln(S - c_n)$$

$$n = \frac{\ln S - \ln(S - c_n)}{\ln q}$$

Výsledek: $n \doteq 6^{\ln q}$ volů
(poslední s plátna měřít)

2.2 Pět věcmí A, B, C, D, E

(i) Počet všech možných pořadí: $5!$

(ii) — — —, má-li věc B
mystupit bezprostředně
po A. "AB" $4!$

(iii) B promluví po A (no nutně
bezprostředně).

• čtyři případy, kdy má A

A — — —

$4!$

— A — —

$3 \cdot 3!$

— — A —

$3 \cdot 2 \cdot 2$

— — — AB

$3!$

} sečíst

• Jiná věc —

$\frac{5!}{2}$

• Ještě jinak — — — —

Nejprve výběr dvojice

paric pro Aa B: $\binom{5}{2}$

$$\Rightarrow \text{celhen } \binom{5}{2} \cdot 3! =$$

$$= \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 2} \cdot 3! = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2} =$$

$$= \frac{5!}{2}$$

2.3 Kolik čtyřciferných čísel s nadváženými číslicemi lze sestavit z čísel

- (i) 1, 2, 3, 4
- (ii) 1, 2, 3, 4, 5, 6
- (iii) 0, 1, 2, 3, 4, 5

kolik z nich je sudých?

kolik z nich je dělitelných 4?

(i) $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ -----

sudých: $2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ ----- \hookrightarrow sudí

dělitelných čtyřmi: $2, 4$

$3 \cdot 2 \cdot 1$
 $12, 32, 42$
 $14, 24, 34$ -----
3

(ii) samo studium

(iii) 0, 1, 2, 3, 4, 5

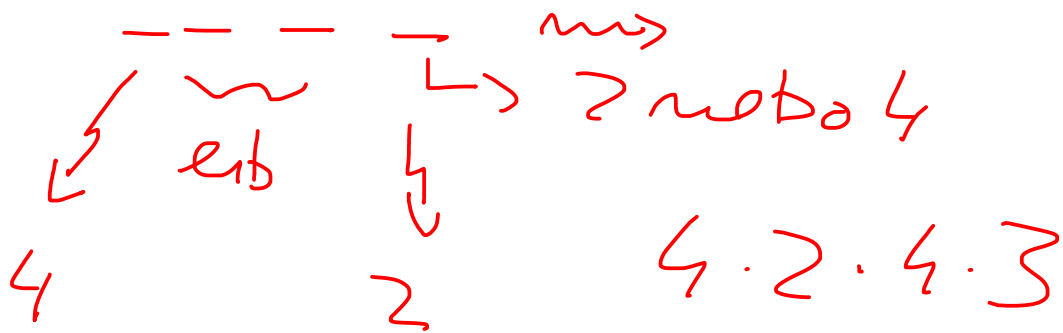
Colken: 5 · 5 · 5 · 3



5 možnosti

Sudýce:

— — — 0 \rightarrow 5 · 4 · 3



Dělitelný cel čtyřmi: ~~clona~~

2.4 Mezi 6 dítí, vozolítujens

15 stejnych temiscyč mičků.

(i) Uvčete počet všech možných vozolítuní;

(ii) - " - takovyč, žekždě dítě dostano alespoň jedne miček.

Kombinace s opakováním



15 mičků

4 dítě

6 dítě

$6 - 1 = 5$ oddělovacích

Chcem počet posloupností miček a oddělovacích

$$P(15, 5) = \frac{(15+5)!}{15! 5!} = \binom{20}{5}$$

Permutace s opakováním

(ii) keď dieťaťe alebo poriadok
míčiek

• keď dieťaťe má jednu míček

• 9 míčkov vo 7 dieťaťech

6 dieťaťe

$$P(15-6, 5) = P(9, 5) = \frac{(9+5)!}{9! 5!}$$
$$= \binom{14}{5}$$

$$2.5 \quad k, m \in \mathbb{N}$$

Uvrište počet usloel v gjen
 rovnice $x_1 + \dots + x_k = m$

kada (i) $x_i \in \mathbb{Z}, x_i \geq 0$

(ii) $x_i \in \mathbb{N}$

(i)

$$\begin{array}{ccccccc}
 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & \\
 \underbrace{} & \downarrow & \underbrace{} & & & & \\
 x_1=2 & & x_3=1 & & & & \\
 & \underbrace{} & & & & & \\
 & x_2=0 & & & & &
 \end{array}$$

- m jednice
- $k-1$ oddilovici

$$P(m, k-1) = \frac{(m+k-1)!}{m!(k-1)!} = \binom{m+k-1}{k-1}$$

(ii) $x_i \in \mathbb{N}$

$$x_1 + \dots + x_k = m \quad / -k \quad x_i \in \mathbb{N}$$

$$\underbrace{(x_1-1)}_{y_1} + \dots + \underbrace{(x_k-1)}_{y_k} = m-k \quad y_i \in \mathbb{Z}_{\geq 0}$$

$$P(n-k, k-1) = \frac{(n-k) + k - 1}{(n-k)! (k-1)!} =$$
$$= \frac{n-1}{(n-k)! (k-1)!} = \binom{n-1}{k-1}$$

Vlože vyj. vlc \cup $k, m \in \mathbb{N}$

$$x_1 + \dots + x_k \leq m$$

Uviete počet usach vsakm nerovnice, kabo

(i) $x_i \in \mathbb{Z}, x_i \geq 0$

(ii) $x_i \in \mathbb{N}$

(i) Reseni nerovnice
odpo vidaji vsakim
rovnic

$$x_1 + \dots + x_k + y = m$$

$$x_i, y \in \mathbb{Z}, x_i \geq 0, y \geq 0$$

$$P(m, k) = \frac{(m+k)!}{m! k!} = \binom{m+k}{k}$$

(ii) $x_1 + \dots + x_k \leq m \quad / -k$
 $x_i \in \mathbb{N} \quad (x_1 - 1) + \dots + (x_k - 1) \leq m - k$
 $y_1 + \dots + y_k \leq m - k$

$$y_i \in \mathbb{Z}, y_i \geq 0$$

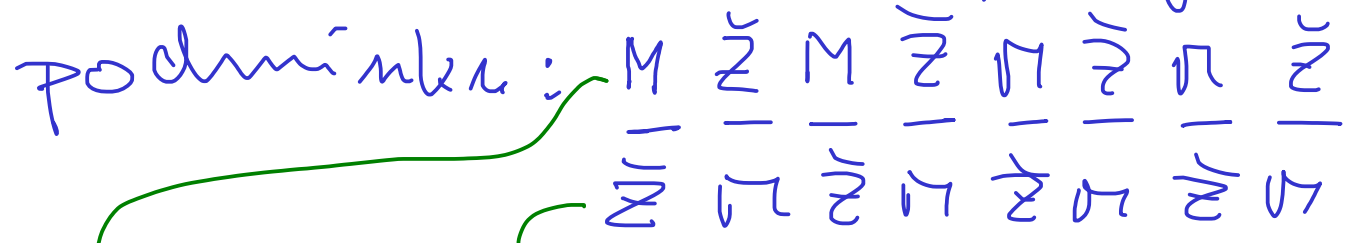
$$P(n-k, k) = \frac{(n-k+n)}{(n-k)! k!} = \binom{n}{k}$$

2.6 Rode u kinu má aleku 2n, má hodně domů ve městě mo n místa a řem.

Jako je pust, že zadržívá osoby stejného pohlaví vsedí vedle sebe?

• Počet všech možných vozů sazemi: $(2n)!$

• Počet možností s příjícíel podmínka:



$(n!)^2$

$(n!)^2$
 $\geq (n!)^2$

Výsledek: $\frac{(n!)^2}{(2n)!}$

