

3.1

- V ročníku 45 dětí, z toho 30 chlapců^{ce}
- 30 dětí má dobrý prospech, z toho 16 chlapců
- ≥ 8 dětí sportují, z toho 18 chlapců a 17 dětí s dobrým prospěchem
- 15 chlapců má dobrý prospěch a zároveň sportuje

C - num. chlapců

S - num. sportujících

D - num. s dobrým prospěchem

$$|C \cup D \cup S| =$$

$$= |C| + |D| + |S|$$

$$- |C \cap D| - |C \cap S| - |D \cap S|$$

$$+ |C \cap D \cap S|$$



$$|C \cup D \cup S| = 30 + 30 + 28$$

$$- 16 - 18 - 17 + 15 =$$

$$= \underbrace{88}_{37} - 51 + 15 = \underline{\underline{52}} > 45$$

3.2 Kostka A: 1 1 3 3 6 6

Kostka B: 2 2 3 4 4 4

$$P(A \text{ porazi } B) = \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{2}{6} \cdot 1 = \frac{1}{9} + \frac{1}{3} = \frac{4}{9}$$

↙
 pvsť 3
 na kostce A

$$P(B \text{ porazi } A) = \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{3}{6} \cdot \frac{4}{6} =$$

$$\downarrow$$

pvsť 2

$$= \frac{1}{9} + \frac{1}{18} + \frac{1}{3} =$$

na kostce B

$$= \frac{2+1+6}{18} = \frac{1}{2}$$

$$P(\text{remíza}) = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{18}$$

3.3 Jan A: součet na kostkách
díln. třídy 3

Jan B: na kostkách podla
stejně číslo

Jan C: na červené kostce
je vyšší číslo než
na modré.

Rozhodněte nesamostatnost jeví.

• Nesamostatnost jeví A a B:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

• Nesamostatnost jeví A, B, C:

$$P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$$

• Rovnou vidličnou jeví B a C
ne jsou nezávislé.

$$P(A) = \frac{2}{36} + \frac{5}{36} + \frac{4}{36} + \frac{1}{36} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

možní součty 3, 6, 9, 12

$$\textcircled{1+2}, 2+1$$

$$\textcircled{1+5, 2+4}$$

$$3+3, 4+2, 5+1$$

$$\textcircled{3+6, 4+5, 5+4, 6+3}$$

$$P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(C) = \frac{1}{2} \underbrace{\left(1 - \frac{1}{6}\right)}_{\text{nemí nemíra}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{12}$$

$$P(A \cap B) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

$$P(A \cap C) = \frac{5}{36} \quad P(A \cap B \cap C) = 0$$

$$P(B \cap C) = 0$$

Nesamizlost A a B:

$$P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)$$
$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$$

jsou
nezamislé

Nesamizlost A a C:

$$P(A) \cdot P(C) = P(A \cap C)$$
$$\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{12} = \frac{5}{36}$$

jsou
nezamislé

Nesamizlost B a C:

$$P(B) \cdot P(C) \neq P(B \cap C)$$
$$\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{12} \neq \underbrace{0}_{=0}$$

nejsou
nezamislé

Nezávislost A, B a C:

$$P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) \neq P(A \cap B \cap C)$$

$\neq 0$ $= 0$

nejedn
závislé

3.4: Pomozky ve skříní

≥ zelené, 6 modrých a 6 červených

• Karel vytáhne ≥ pomozky

$$P(\text{stejná barva}) = \frac{1 + \binom{6}{2} + \binom{6}{2}}{\binom{14}{2}} =$$
$$= \frac{1 + \frac{6 \cdot 5}{2} + \frac{6 \cdot 5}{2}}{\frac{14 \cdot 13}{2}} = \frac{31}{7 \cdot 13}$$

• Karel přijal ke skříní druhý den a opět vytáhne ≥ pomozky. S jakou pravděpodobností ne stejnobarevně za předpokladu, že první den vytáhl stejnobarevně.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(\text{st. 2. člen} | \text{st. 1. člen}) =$$

$$= \frac{P(\text{st. 2. člen a zároveň st. 1. člen})}{P(\text{st. 1. člen})}$$

↪ změna

$$P(\text{stejnobar. 1. i 2. člen}) =$$

$$= \frac{1 \cdot \left(\binom{6}{2} + \binom{6}{2} \right) + \binom{6}{2} (1 + \binom{6}{2} + \binom{4}{2}) \cdot 2}{\binom{14}{2} \cdot \binom{12}{2}}$$

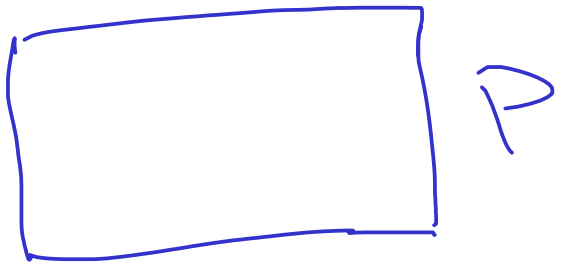
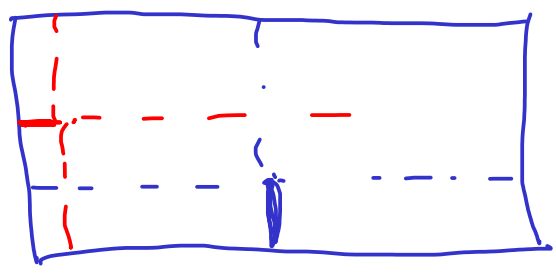
Výsledek: $\frac{\text{zelený výsledek}}{7 \cdot 13}$

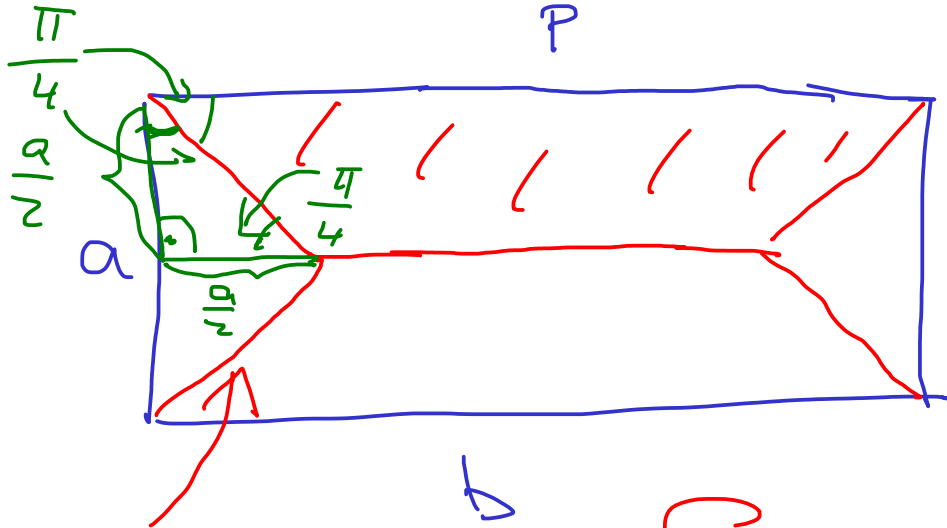
3.5: (i) V kruhové ohradě je kůrka (myslí se stejné množství). S jakou pravděpodobností kůrka s třídní měřítkem ohradě?



$$P = \frac{\text{Obsah (menší kruh)}}{\text{Obsah (celá ohrada)}} = \frac{\pi \left(\frac{r}{2}\right)^2}{\pi r^2} = \frac{1}{4}$$

(ii) Obdélníková ohrada, u jejíhož strany stojí požovatel. S jakou pravděpodobností kůrka nejblíže straně s požovatelem?





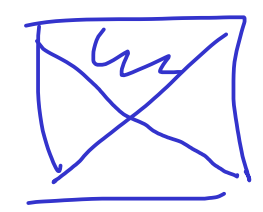
osa
eithlen

$$S_{\Delta} = \left(\frac{a}{4}\right) \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{8}$$

$$S_{\text{trapezoid}} = \frac{ab - 4 \cdot \frac{a^2}{8}}{2}$$

$$P = \frac{S_{\text{trapezoid}}}{S_{\text{rectangle}}} = \frac{\frac{ab - a^2/2}{2}}{ab} = \frac{ab - a^2/2}{2ab} = \frac{a(2b - a)}{4ab} = \frac{2b - a}{4b}$$

Pozn: $a = b$
čtverec



$$P = \frac{1}{4} \left(\frac{2a - a}{4a} = \frac{1}{4} \right)$$

3.6 Nürsöbeni matric

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad 2/3$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad 2/2$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -3 & 0 \end{pmatrix} \quad 3/4$$

• $B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} =$

$\underbrace{\begin{matrix} 2/2 & 2/3 \\ 2/3 & 2/3 \end{matrix}}_{2/3} = \begin{pmatrix} 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 & 1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 & 1 \cdot (-2) + 2 \cdot 2 \\ 3 \cdot 1 + 4 \cdot 0 & 3 \cdot 0 + 4 \cdot 1 & 3 \cdot (-2) + 4 \cdot 2 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad 2/3$

• $A \cdot B$ nolze nürsöbeni

$\begin{matrix} 2/3 & 2/2 \\ \underbrace{\quad}_{3 \neq 2} \end{matrix}$

$$\begin{array}{l}
 \cdot A \cdot C \\
 \hline
 \begin{array}{cc}
 2/3 & 3/4 \\
 \hline
 2/4
 \end{array}
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{l}
 \xrightarrow{\text{blue}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \\
 \xrightarrow{\text{red}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 & 0 \end{pmatrix} \\
 \begin{array}{cccc}
 \uparrow\uparrow & \uparrow\uparrow & \uparrow\uparrow & \uparrow\uparrow \\
 \text{blue} & \text{red} & \text{blue} & \text{red}
 \end{array}
 \end{array}$$

$$= \begin{pmatrix} 1-4 & 2 & 1+6 & 2 \\ 4 & 1-2 & 2-6 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 7 & 2 \\ 4 & -1 & -4 & 1 \end{pmatrix} \\
 \hline
 2/4$$