

1. domácí úkol – MIN101 – podzim 2020 – odevzdat do **30.10.2020**

Nechť $k, n \in \mathbb{N}$. Určete počet všech řešení rovnice

$$x_1 + x_2 + \dots + x_k = n,$$

kde x_i jsou celá čísla taková, že $x_i \geq -i$ pro $1 \leq i \leq k$.

Nápověda: u tohoto příkladu se Vám může hodit vzorec pro součet prvních ℓ přirozených čísel $1 + \dots + \ell = \frac{1}{2}\ell(\ell + 1)$.

Řešení: Položme $y_i := x_i + i$. Pak je x_i jsou řešením zadané rovnice, právě když y_i jsou řešením rovnice $y_1 + \dots + y_k = n + \frac{1}{2}k(k + 1)$, $y_i \geq 0$. Počet řešení takové rovnice s nezápornými proměnnými jsme počítali na cvičení; tento počet je

$$P\left(n + \frac{1}{2}k(k + 1), k - 1\right) = \binom{n + \frac{1}{2}k(k + 1) + k - 1}{k - 1}.$$