5. domácí úkol – MIN101 – podzim 2020 – odevzdat do **10.1.2021**

U každého z lineárních zobrazení φ_i, $i = 1, \ldots, 4$ rozhodněte, zda se jedná o ortogonální zobrazení a určete jeho vlastní čísla a vektory (nad $\mathbb{R}$). V případě ortogonálních zobrazení navíc toto zobrazení geometricky popište použitím pojmů symetrie, rotace apod. V případě neortogonálních zobrazení rozhodněte, zda se jedná o kolmou projekci na nějaký podprostor.

(a) $\varphi_1 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ je určeno násobením maticí

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{\sqrt{6}}{4} \\ -\frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{\sqrt{6}}{4} \\ -\frac{\sqrt{6}}{4} & \frac{\sqrt{6}}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

(b) $\varphi_2 : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ je určeno násobením maticí

$$B = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

(c) $\varphi_3 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ je určeno vztahy

$$\varphi_3(\epsilon_1) = \epsilon_2, \quad \varphi_3(\epsilon_2) = \epsilon_3, \quad \varphi_3(\epsilon_3) = \epsilon_1.$$

(d) $\varphi_4 : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ je určeno vztahy

$$\varphi_4(\epsilon_1) = \epsilon_2, \quad \varphi_4(\epsilon_2) = \epsilon_3, \quad \varphi_4(\epsilon_3) = \epsilon_2.$$

Zde ϵ_i jsou vektory standarní báze, tj. $\epsilon_1 = (1, 0, 0)$, $\epsilon_2 = (0, 1, 0)$ a $\epsilon_3 = (0, 0, 1)$.