6. domácí úkol – MIN101 – podzim 2020 – odevzdat do **22.1.2021**

Vyřešte lineární diferenční rovnici

$$x_{n+3} - 7x_{n+2} + 14x_{n+1} - 8x_n = 1 + 3^n,$$

je-li $x_0 = \frac{9}{20}$, $x_1 = \frac{1}{2}$ a $x_2 = \frac{13}{10}$.

Řešení: Kořeny charakteristického polynomu jsou 1, 2 a 4, řešení zhomogenizované soustavy (s nulovou pravou stranou) jsou tedy tvaru $A + B \cdot 2^n + C \cdot 4^n$, $A, B, C \in \mathbb{R}$. Hledání partikulárního řešení je třeba rozdělit na dva případy:

- $x_{n+3} - 7x_{n+2} + 14x_{n+1} - 8x_n = 1$ má partikulární řešení $x_n = -\frac{1}{5}n$,
- $x_{n+3} - 7x_{n+2} + 14x_{n+1} - 8x_n = 3^n$ má partikulární řešení $x_n = -\frac{1}{2}3^n$.

Tedy partikulární řešení zadané rovnice je $x_n = -\frac{1}{5}n - \frac{1}{2}3^n$. Zadané počáteční podmínky pak určují řešení

$$x_n = \frac{1}{5} + 2^{n-1} + 4^{n-1} - \frac{1}{5}n - \frac{1}{2}3^n.$$