

1. termín zkoušky – MIN101 – podzim 2020 – 28. 1. 2021

Veškeré odpovědi musí být zdůvodněny a výpočty musí být doprovizeny komentářem. (Řešení sestávající pouze z odpovědí budou považována za opsaná a hodnocena 0 body.)

- (5 bodů) V prostoru \mathbb{R}^3 uvažujeme rovinu σ zadanou rovnicí (tj. implicitně) $x+2y-2z=6$. Určete:
 - parametrický popis roviny σ ,
 - vzdálenost roviny σ od bodu $[0, 0, 0]$,
 - průsečík roviny σ s přímkou p , která prochází bodem $[0, 0, 0]$ a má směrový vektor $(1, 1, 0)$,
 - úhel, který svírá rovina σ s přímkou p ,
 - rovnicí roviny ρ , která je rovnoběžná s rovinou σ a jejíž vzdálenost od roviny σ je rovna 1.

Napište vždy všechna řešení, je-li jich více. Jestliže některá z částí a) – e) nemá řešení, zdůvodněte, proč tomu tak je.

- (4 body) V prostoru \mathbb{R}^3 jsou zadány přímky p , q a bod C takto:

$$p : [1, 3, 0] + r(-1, 1, 2), \quad q : [-1, 2, 2] + s(2, 1, 0), \quad C = [0, 4, 3].$$

Určete bod $A \in p$ a bod $B \in q$ tak, že přímka procházející body A a B prochází i bodem C .

- (4 body) Necht' φ je shodné zobrazení prostoru \mathbb{R}^3 do sebe a to symetrie podle přímky zadané parametricky $[0, 0, 0] + r(1, 1, 0)$. Určete matici zobrazení φ ve standardní bázi.
- (3 body) Velká firma poskytuje všem svým 220 zaměstnancům služební notebook. Díky exkluzivní smlouvě se značkovým dodavatelem se notebooky vždy o prázdninách zkontrolují a notebooky s vážnější závadou nahrazují novými notebooky. Statisticky bylo zjištěno, že z notebooků, které jsou v provozu jeden rok, je závadných 20% a z notebooků, které jsou v provozu dva roky, je závadných 50%.

Firma se nejprve rozhodla, že bude používat každý notebook nejvýše tři roky, tj. po třech letech vyřadí všechny notebooky. Dodavatelská firma tedy nahradí závadné notebooky po jednom a dvou letech a všechny notebooky po třech letech. Určete, jak vypadá věková struktura notebooků ve firmě po dlouhodobém vývoji. Dále určete, kolik lze očekávat, že se notebooků o letošních prázdninách vymění za nové.

Příklad řešte jako úlohu na Leslieho populační model pro populaci notebooků, přičemž dokažte primitivnost použité matice. (Ale poznamenejme, že příklad lze řešit i jako Markovův proces.)