

3. termín zkoušky – MIN101 – podzim 2020 – 18. 2. 2021

Veškeré odpovědi musí být zdůvodněny a výpočty musí být doprovizeny komentářem. (Řešení sestávající pouze z odpovědí budou považována za opsaná a hodnocena 0 body.)

1. (5 bodů) V prostoru \mathbb{R}^3 je dána přímka p parametricky a rovina ρ obecnou rovnicí:

$$p : [1, 1, 0] + r(2, 2, -1), \quad \rho : x_1 - x_3 = 8.$$

Dále je dán bod $X = [1, -2, 3]$. Určete

- vzdálenost bodu X od roviny ρ ,
 - odchylku přímky p a roviny ρ ,
 - parametrické vyjádření roviny ρ ,
 - obecnou rovnici roviny σ , která obsahuje přímku p a je kolmá na rovinu ρ ,
 - vzdálenost bodu X od přímky p .
2. (5 bodů) Uvažme matici A a vektor w ,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & 10 \\ a & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{a} \quad w = (-7, 5, 1),$$

s parametrem $a \in \mathbb{R}$. Dále uvažme bázi $\alpha = (v_1, v_2, v_3)$ prostoru \mathbb{R}^3 takovou, že A je matice přechodu z báze α do standardní báze ϵ , tj. $(id)_{\epsilon, \alpha} = A$. Určete hodnotu tohoto parametru tak, aby

- determinant matice A byl roven 0,
 - matice A měla vlastní číslo 1,
 - vektor w byl vlastním vektorem matice A ,
 - báze α byla ortogonální,
 - objem čtyřstěnu $PABC$, kde $P = [0, 0, 0]$, $A = P + v_1$, $B = P + v_2$ a $C = P + v_3$, byl roven 1.
3. (5 bodů) Necht' φ je lineární zobrazení prostoru \mathbb{R}^3 do sebe, které je symetrií podle roviny σ zadané implicitně rovnicí $x - y + 2z = 0$. Určete matici zobrazení φ ve standardní bázi.