

Derivace a integrály v praxi

Zuzana Došlá

Masarykova univerzita, Brno

13. října 2020

Myšlenka na úvod

Skutečným problémem (aplikované) matematiky je, že je jako vzduch, který dýcháme. Je životně důležitá pro všechno, co děláme, ale je neviditelná a lehkou ignorovatelná.

— Chris Budd

Seminář 6.října 2020

- 1 Jak si naplánovat cestu?
- 2 Evoluce je dokonalá. *Iva Michalcová*
- 3 Chemické úlohy: jak se mění koncentrace roztoku *Iva Rambousková, Aneta Benešová*
- 4 Koncentrace látky v krvi. *Adriana Kabátová, Natálie Kozlovská*
- 5 Úloha z ekonomie I. *David Daniš*

Seminář 13.října 2020

- 1 Problém letecké společnosti. *Marika Kaňová*
- 2 Problém stavby silážní jámy. *Lucie Vytlačilová*
- 3 Problém středověkého stavitele. *Petra Trkanová*
- 4 Problém gondoliéra. *Zdeněk Lukeš*

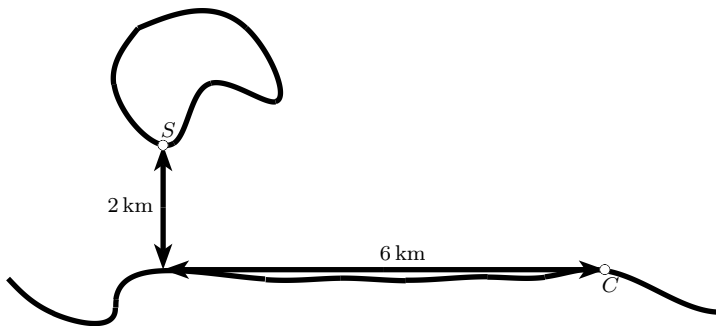
Seminář 20.října

- 1 Problém líného kosa
- 2 Problém lomu světla (Snellův zákon)
- 3 Jak vzniká duha

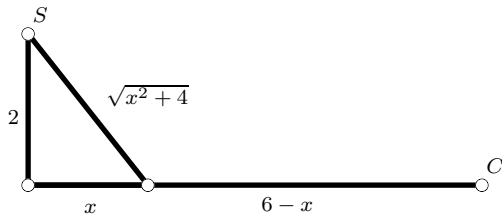
Jak si naplánovat cestu?

Něco na zahřátí

Jak se co nejrychleji dostat z ostrova domů, když ostrov je 2 km daleko od pobřeží a domov je dalších 6 km daleko? Předpokládejme, že jsme v dobré kondici a tak plaveme rychlostí 4 km/h a jdeme rychlostí 8 km/h.



Něco na zahřátí

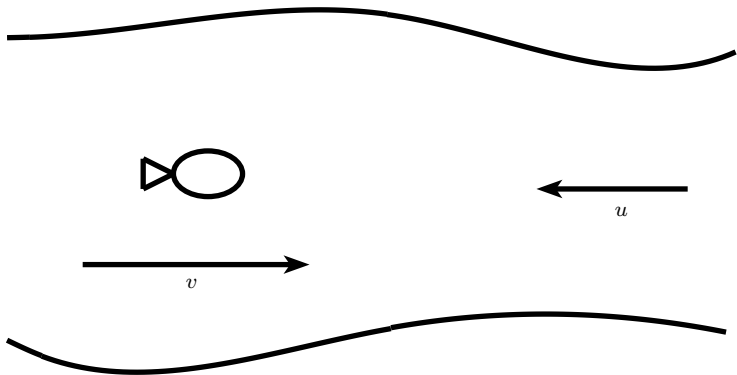


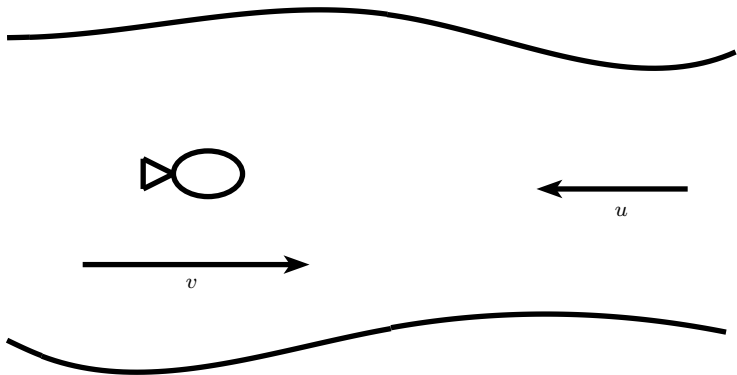
$$t(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 4}}{4} + \frac{6 - x}{8}$$

Evoluce je dokonalá

Evoluce je dokonalá

Pro ryby plovoucí relativní rychlostí v vůči plynoucí vodě je výdaj energie E za jednotku času přímo úměrný v^3 . Předpokládá se, že se ryby snaží minimalizovat energii potřebnou k překonání dané vzdálenosti. Jakou rychlostí mají ryby tedy ideálně plavat, aby minimalizovaly energii vydanou na cestu proti proudu o rychlosti u do vzdálenosti L .





$$E(v) = k \cdot t \cdot v^3 = k \frac{L}{v - u} v^3$$

Chemické úlohy

Jak se mění pH roztoku

Základní charakteristikou kyselosti, či zásaditosti látek je tzv. pH (power of hydrogen). Je dáno vztahem

$$pH = -\log [H_3O^+], \quad (1)$$

kde $[H_3O^+]$ značí koncentraci oxoniových iontů v roztoku.

- Nakreslete graf funkce pH .
- Co se stane s hodnotou pH , zvýší-li se koncentrace oxoniových iontů?
- Vyjádřete koncentraci oxoniových iontů v závislosti na pH roztoku.

Jak se mění molární koncentrace roztoku

Molární koncentrace c_V vyjadřuje množství látky (počet molů) v jednom litru roztoku. Je dána vztahem

$$c_V = \frac{n}{V}, \quad (2)$$

kde n je látkové množství rozpuštěné látky a V je objem rozpouštědla.

Co se stane s hodnotou molární koncentrace, zvýší-li se objem rozpouštědla V dvakrát a látkové množství rozpuštěné látky zůstane stejné?

Koncentrace látky v krvi

Jak se mění koncentrace drogy

Koncentrace $C(t)$ jisté drogy v krevním oběhu za dobu t hodin po jejím vpichu do svalové tkáně je dána vztahem

$$C(t) = \frac{2t}{16 + t^3}. \quad (3)$$

- Určete, kdy je koncentrace nejvyšší.
- Načrtněte graf funkce $C(t)$.

Koncentrace účinné látky v krvi

Účinná látka je vstříknuta do krve v čase $t = 0$. Koncentrace $c(t)$ této látky v krevním oběhu je dána vztahem

$$c(t) = e^{-t} - e^{-2t}. \quad (4)$$

- Určete, kdy je koncentrace látky v krvi nejvyšší.
- Načrtněte graf funkce $c(t)$.

Úlohy z ekonomie

Maximální zisk

Výrobce může prodat x výrobků v ceně

$$C = 200 - 0,01x$$

za výrobek, přičemž náklady na výrobu x výrobků jsou

$$N = 50x + 20000.$$

Při jaké produkci bude zisk maximální?

Seminář 13. října

Problém letecké společnosti

1. Problém letecké společnosti

Cena letenky vyhlídkového letu je 100 EUR, jestliže se ho zúčastní 50 – 100 turistů. Za každého pasažera nad 100 se snižuje jeho cena o 0,5 EUR každému z nich. Letadlo má 200 míst.

Při jakém počtu účastníků bude mít letecká společnost maximální zisk?

2. Problém stavby silážní jámy

Silážní jáma má tvar pravoúhlého rovnoběžnostěnu s objemem 200 m^3 . Délka je čtyřnásobkem šířky; 1 m^2 základny je dvakrát levnější než 1 m^2 stěny.

Jaké mají být rozměry silážní jámy, aby její stavba byla co nejlevnější?

3. Problém středověkého stavitele

Středověký stavitel má tento problém:

Má železný pás o délce 200 palců a chtěl by z něj udělat rám románského okna.

Jakou má zvolit šířku okna, aby do chrámu procházelo co nejvíce světla (resp. aby okno mělo co největší plochu)?

4. Problém gondoliéra

Představte si, že jste v Benátkách a řídíte gondolu plnou turistů. Náhle před sebou vidíte ostrou pravouhlou zatáčku. Předpokládejme, že se nacházíte v kanálu šířky a a druhý kanál má šířku b .

Najděte nejdelší možnou tyč, kterou se můžete dostat z jednoho kanálu do druhého.