# MOCNOST BODU KE KRUŽNICI

(1) V rovině je dána kružnice $k(S, 5\,\mathrm{cm})$ a bod $M$ tak, že $|SM| = 7\,\mathrm{cm}$. Bodem $M$ prochází přímka $p$, která na kružnici $k$ vytíná tětivu $AB$ délky 2 cm. Vypočtěte délky úseček $MA$ a $MB$.

(2) Sestrojme společnou tečnu dvou daných kružnic, které se protínají ve dvou bodech $A$ a $B$. Dokažte, že přímka $AB$ prochází středem úsečky, která spojuje body dotyku sestrojené tečny s danými kružnicemi.

(3) Uvnitř stran $BC$, $CA$, $AB$ daného trojúhelníku $ABC$ jsou zvoleny po řadě body $D$, $E$, $F$. Dokažte, že kružnice opsané trojúhelníkům $ABC$ a $DEF$ jsou soustředné, právě když platí

$$|DB| \cdot |DC| = |EC| \cdot |EA| = |FA| \cdot |FB|.$$

[Návod: Užijte vzorec pro (záporné) mocnosti bodů $D$, $E$, $F$ ke kružnici $k(S, r)$ opsané trojúhelníku $ABC$.]

(4) V kružnici jsou dány tři tětivy. Každá z nich je rozdělena průsečíky s ostatními dvěma tětivami na tři shodné části. Dokažte, že všechny tři tětivy jsou stejně dlouhé.

(5) Je dána kružnice $k$ se středem $S$ a bod $A$ ležící v její vnější oblasti. Zvolme libovolný průměr $MN$ kružnice $k$, při kterém jsou body $A$, $M$, $N$ vrcholy trojúhelníku. Dokažte, že kružnice $l$ jemu opsaná prochází kromě bodu $A$ ještě dalším pevným bodem, který nezávisí na volbě průměru $MN$. [Návod: Ukažte, že oním bodem je průsečík kružnice $l$ s polopřímkou opačnou k polopřímce $SA$.]

(6) Jsou dány kružnice $k$ a $l$ se společnou tětivou $AB$. Jejím vnitřním bodem $P$ vedeme libovolnou tětivu $KM$ kružnice $k$ a libovolnou tětivu $LN$ kružnice $l$ tak, že vznikne konvexní čtyřúhelník $KLMN$. Dokažte, že vždy jde o čtyřúhelník, který je tětivový. [Návod: Využijte mocnost bodu $P$ ke kružnici opsané trojúhelníku $KLM$ k důkazu, že na ní leží také bod $N$.]

---

Konec dokumentu